

Топологический блоу-ап как источник экзотической материи: 12-уровневый матричный формализм для метрик кротовых нор в полуклассической гравитации

Плохов Сергей Ефимович

1 октября 2026 г.

Аннотация. Работа посвящена построению и численной проверке 12-уровневого матричного формализма, связывающего топологический предел, нелинейную матричную динамику, эффективный источник, уравнения Эйнштейна–Максвелла, критерий регулярности типа Beale–Kato–Majda, квантово-полевое расширение и полуклассическую гравитацию. В отличие от первоначальной чисто формальной постановки, в настоящей версии аналитическая часть дополнена вычислительным атласом для выбранной регуляризованной ветви: вычисляются метрический тензор, обратная метрика, связность, тензоры Римана и Риччи, скаляр кривизны, тензор Эйнштейна, максвелловский вклад, эффективный экзотический источник и нормированная невязка уравнения Эйнштейна–Максвелла. Дополнительно исследуются горловина Морриса–Торна, условие flare-out, кривизна Кретчмана, красное смещение, спектральная миграция, эффективный потенциал, многомерные параметрические срезы и матричное замыкание **QC**.

Численная реализация показывает конечность всех основных вычисляемых массивов и устойчивую лоренцеву сигнатуру на исследуемой сетке. Для базового запуска получены $\max K = 7.5354 \times 10^{10}$, диапазон $R = [-2.7476 \times 10^5, 4.6250 \times 10^2]$ и максимальная нормированная невязка 1.1221. Последняя величина принципиально не равна нулю; поэтому вычисление не интерпретируется как точное решение полной нелинейной задачи Эйнштейна–Максвелла. На центральной точке горловина сохраняется при $r_0 = 1$ в выбранном базовом режиме, а локальный тест flare-out даёт $b'(r_0) - 1 = -6.6566$ в используемой нормировке. Встроенная попытка самосогласованной V6-итерации завершилась программным исключением на логическом условии MATLAB и потому рассматривается как отрицательный результат текущего вычислительного этапа, а не как скрытое доказательство замыкания.

Главный результат работы состоит в формальном разделении стандартных физических уравнений, авторских определений и условных гипотез связи между ними, а также в построении воспроизводимой численной цепочки $g \rightarrow \Gamma \rightarrow R_{\mu\nu\rho\sigma} \rightarrow R_{\mu\nu} \rightarrow R \rightarrow G_{\mu\nu} \rightarrow T_{\mu\nu}^{\text{EM}} \rightarrow \mathcal{E}_{\mu\nu} \rightarrow K$. Полученный набор данных поддерживает внутреннюю вычислимость выбранной модели и одновременно выявляет её текущую незамкнутость на уровне точного уравнения поля. Это задаёт конкретные условия, которые должны быть выполнены в дальнейшем: уменьшение тензорной невязки при измельчении сетки, динамическое решение геометрических степеней свободы, самосогласованный квантовый стресс-тензор и независимая проверка квантовых энергетических неравенств.

Ключевые слова: экзотическая материя; кротовые норы; топологический блоу-ап; матричный формализм; полуклассическая гравитация; эффективное действие; Einstein–Maxwell; спектральная устойчивость; численная относительность.

Обозначения и статус утверждений

В тексте используются три уровня математических утверждений. Стандартным называется результат, непосредственно совпадающий с известным уравнением или теоремой общей теории относительности, квантовой теории поля или математической физики. Определением модели называется объект, введённый автором, например Λ_{top} , $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$. Условной гипотезой называется переход между различными физическими секторами, для которого в статье явно указано дополнительное предположение. Такое разделение сохраняется и в численной части: график или конечное число считается численным результатом только той дискретной модели, которая была реально вычислена.

Contents

1	Введение	7
1.1	Проблема экзотической материи	7
1.2	Топологический блоу-ап как рабочая гипотеза	7
1.3	Четыре языка одного события	7
1.4	Матричный формализм	7
1.5	Новизна и границы утверждений	7
1.6	Обозначения	8
1.7	Положение относительно современной литературы	8
1.8	Замечание о формульном характере	8
2	Классическое ядро: уровни 1–8	9
2.1	Уровень 1 — топологический предел	9
2.2	Уровень 2 — вектор сжатия	9
2.3	Уровень 3 — матричный генератор Риккати	9
2.4	Уровень 4 — эффективная экзотическая материя	9
2.5	Уровень 5 — Эйнштейн–Максвелл	9
2.6	Уровень 6 — критерий блоу-апа	9
2.7	Уровень 7 — матрица связи	10
2.8	Уровень 8 — устойчивость	10
2.9	Сводка классического ядра	10
3	Квантово-космологическое расширение: уровни 9–12	10
3.1	Уровень 9 — квантовое скалярное поле	10
3.2	Уровень 10 — эффективный потенциал Коулмена–Вайнберга	10
3.3	Уровень 11 — космология и метрика Морриса–Торна	11
3.4	Уровень 12 — полуклассическая гравитация	11
3.5	Сводка расширения	11
4	Геометрическая интерпретация матричного каркаса	12
4.1	Радиально-симметричный эталон	12
4.2	Три разных понятия сингулярности	12
4.3	Смысл спектрального условия	12
5	Формальные результаты и условия замыкания	12
5.1	Лемма 1 — спектр и блоу-ап	12
5.2	Лемма 2 — эффективная экзотическая материя	13
5.3	Лемма 3 — тахионное поле и вакуум	13
5.4	Лемма 4 — уравнение состояния	13
5.5	Условная центральная теорема	13
5.6	Следствие о проходимости	13
5.7	Замечание о замкнутости системы	13
6	Ковариантная структура и размерностный анализ	14
6.1	Геометрические и динамические пространства	14
6.2	Размерности и нормировки	14
6.3	Схема уровней и поток информации	14
6.4	Спектральная граница и псевдоспектр	14
7	Геометрический сектор: от горловины к эффективному источнику	15
7.1	Условия Морриса–Торна	15
7.2	Энергетические условия	15
7.3	Квантовая обратная реакция	15

7.4	Критерий проходимости как составное условие	15
8	Полный сектор Стандартной модели и гравитационного расширения	16
8.1	Полная калибровочная структура	16
8.2	Гравитационный эффективный сектор	16
8.3	Калибровочная фиксация и ghost-сектор	16
9	Функциональный интеграл и 1PI-эффективное действие	16
10	Уравнения Швингера–Дайсона	16
10.1	Мастер-уравнение	16
10.2	Двухточечные функции	17
10.3	Фермионный сектор	17
10.4	Калибровочный сектор	17
10.5	Хиггсовский сектор	17
10.6	Иерархия вершин	17
11	Тождества Славнова–Тейлора и BRST-ограничение	17
12	Оператор топологической квантовой обратной связи	17
13	Критическая поверхность Швингера–Дайсона	18
14	Ренормализационная группа и многомасштабная структура	18
15	Вариационный вывод эффективного источника	18
16	Условная теорема расширенного замыкания	18
17	Контрольные пределы и аналитические тесты	18
18	Теоретическая программа верификации	19
19	Обсуждение и открытые проблемы	19
19.1	Что доказано формально	19
19.2	Открытая проблема 1 — источник тахионного поля	19
19.3	Открытая проблема 2 — кварк-глюонная плазма	19
19.4	Открытая проблема 3 — электромагнитное поле	19
19.5	Открытая проблема 4 — квантовая гравитация	19
19.6	Открытая проблема 5 — численная проверка	20
19.7	Размерностная и ковариантная согласованность	20
19.8	Топологическая часть	20
19.9	Перспектива замыкания	20
19.10	Заключение	20
20	Расширенная квантово-полевая постановка	21
20.1	Почему одной однопетлевой аппроксимации недостаточно	21
20.2	Полное поле и ковариантная производная	21
20.3	Фермионные сектора и матрицы Юкавы	21
20.4	Топологический сектор как эффективный оператор	21
21	Иерархия Швингера–Дайсона второго порядка	22
21.1	Функциональная форма	22
21.2	Контролируемое усечение	22

21.3	Резольвента и усиление обратной связи	22
21.4	Самосогласованное уравнение для горловины	22
22	Ковариантная ренормировка в искривлённом пространстве	22
22.1	Тепловое ядро	22
22.2	Аномалия следа	23
23	Полный тензор энергии-импульса и разложение по каналам	23
23.1	Согласование с уравнениями Морриса–Торна	23
24	Нелинейная спектральная теория полной матрицы	23
24.1	Неэрмитовость и псевдоспектр	23
24.2	Разложение Шура	23
24.3	Критическое пересечение	24
25	Аналитический предел малой кривизны	24
26	Квантовые энергетические неравенства как независимый фильтр	24
26.1	Связь с радиусом горловины	24
27	Самосогласованное состояние вакуума	24
27.1	Условие стационарности	24
27.2	Условие отсутствия горизонта	24
28	Связь с критерием ВКМ: строгая формулировка	25
29	Численная реализация и вычислительный эксперимент	25
29.1	Цель вычислительного этапа	25
29.2	Метрика и полная тензорная цепочка	25
29.3	Параметры базового расчёта	25
29.4	Уровни $U1$ – $U4$: топологический источник и эффективная плотность	25
29.5	Уровень $U5$: горловина Морриса–Торна и энергетический источник	26
29.6	Уровни $U6$ – $U8$: регулярность и спектральные диагностические условия	27
29.7	Уровни $U9$ – $U10$: тахионная ветвь и однопетлевое эффективное действие	27
29.8	Уровень $U11$: космология и горловина	28
29.9	Уровень $U12$: полуклассическое замыкание и матрицы Q , C , M_{tot}	28
29.10	Геометрический результат: кривизна, Кретчман и невязка	28
29.11	Параметрические сканы	29
29.12	Спектральная чувствительность и псевдоспектр	29
29.13	Эффективное действие и матричное замыкание	29
29.14	Сводка численных тестов	29
29.15	Отрицательный результат V6 и его значение	29
29.16	Проверки конечности и сигнатуры	29
29.17	Интерпретация численного эксперимента	29
29.18	Дополнительный геометрический атлас	30
29.19	Остаток уравнения Эйнштейна–Максвелла как центральный критерий	30
29.20	Почему визуальное сходство недостаточно	30
29.21	Численная сходимость как следующий критерий	31
30	Пять независимых уровней фальсификации модели	31
31	Новая формулировка центрального результата	32

32	Разделение универсального и модель-зависимого содержания	33
33	Расширенная карта параметров	33
33.1	Иерархия масштабов	33
34	Непертурбативный предел	33
35	Граничные условия и глобальная структура	34
36	Теоретические следствия для устойчивости горловины	35
37	Сравнение трёх уровней замыкания	35
38	Методологические критерии научной проверяемости	35
39	Материалы и методы теоретического анализа	35
40	Программная архитектура воспроизводимого расчёта	36
41	Расширенное заключение	36
42	Дополнительная аналитическая часть: функциональное замыкание	39
42.1	Полное пространство конфигураций	39
42.2	Касательное пространство и новая матрица	39
42.3	Ранг и структурная устойчивость	39
43	Скалярная модель как точно анализируемый тестовый сектор	39
43.1	Непертурбативное уравнение	39
43.2	Решение в локальном приближении	40
43.3	Фиксированная точка итерации	40
44	Фермионный самосогласованный сектор	40
45	Неабелев сектор и тождества Славнова–Тейлора	40
45.1	BRST-комплекс	40
45.2	Вершинная структура	40
46	RG-улучшение эффективного действия	41
46.1	Многомасштабный поток	41
46.2	Инвариантность конечного результата	41
47	Реконструкция геометрии из квантового источника	41
47.1	Обратная задача	41
47.2	Локальная регулярность	41
48	Линейная теория возмущений полной системы	41
48.1	Энергетический тест	41
49	Квантовая обратная реакция второго порядка	42
50	Операторная интерпретация двенадцати уровней	42
51	Предельные проверки новой факторизации	42
52	Расширенный алгоритм доказательной проверки	42

53 Промежуточный результат и его интерпретация	43
53.1 Почему это сильнее исходной феноменологии	43
54 Итог расширенной доказательной программы	43
55 Сводка основных теоретических результатов	43
56 Блочная диагонализация и эффективные критические моды	43
57 Топологическая плотность и условие инвариантности	44
58 Связь с эффективной теорией поля	44
59 Условия согласования с космологическим сектором	45
60 Информационная интерпретация операторной цепочки	45
61 Предел сильной обратной связи	45
62 Дополнительная таблица диагностических величин	45
63 Что именно может считаться новым результатом	45
64 Дополнительные контрольные решения	46
64.1 Экспоненциальная тестовая ветвь	46
64.2 Экспоненциальный отклик квантового сектора	46
65 Условие существования локальной квантово-геометрической ветви	46
66 Критерий совместной допустимости	47
67 Переход от расширенной версии к основной публикации	47
68 Дополнительное приложение: явная структура функциональных производных	47
69 Дополнительное приложение: проверка размерностей и нормировок	48
70 Дополнительное приложение: аналитическая схема проверки пределов	48
71 Заключительная методическая фиксация	48
72 Расширенный сценарий аналитического решения	49
73 Последний контрольный слой: независимость от представления	49
74 Контрольная карта математических объектов	49
75 Финальный формальный критерий замыкания	50

1 Введение

1.1 Проблема экзотической материи

Классическая геометрия проходимой кротовой норы в постановке Морриса–Торна задаётся статической сферически-симметричной метрикой. В наиболее распространённой форме она записывается как

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} + r^2 d\Omega^2. \quad (1)$$

В исходной работе Morris, Thorne и Yurtsever вопрос поддержания кротовой норы непосредственно связан с условиями на материю и с возможным нарушением энергетических условий. [1]

В данной статье рассматривается более узкая и формальная задача: можно ли организовать цепочку переменных, в которой геометрическое вырождение отображения, динамическая потеря регулярности и эффективный отрицательный вклад в плотность энергии описываются одной матричной конструкцией. Такой вопрос сам по себе не является утверждением о существовании физического объекта. Он является задачей математического моделирования.

Важно разделить три уровня утверждений. Первый уровень содержит стандартные уравнения, например уравнения Эйнштейна, стресс-энергетический тензор скалярного поля и форму метрики Морриса–Торна. Второй уровень содержит выбранные автором определения новых объектов, прежде всего Λ_{top} , $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{M}$. Третий уровень содержит гипотезы идентификации, без которых переход от одной физической подсистемы к другой невозможен. Именно третий уровень является источником основной математической новизны и одновременно основной областью риска.

1.2 Топологический блоу-ап как рабочая гипотеза

Пусть $x \mapsto t(x)$ является гладким отображением между локальными координатными представлениями, а

$$J_{ij} = \frac{\partial t}{\partial x_i} \frac{\partial t}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Вводится предельная величина

$$\Lambda_{\text{top}} = \lim_{x \rightarrow 0} \mathbf{J}^T \mathbf{F} \mathbf{J}. \quad (3)$$

Если предел конечен, он определяет обычную эффективную матричную величину. Если же норма соответствующего семейства расходится, возникает предельный режим, который далее называется топологическим блоу-апом.

Однако одного расхождения нормы матрицы недостаточно для утверждения о смене топологии. В строгой постановке необходимо задать семейство отображений, пространство состояний, класс допустимых гомотопий и

инвариант, который не меняется при регулярных деформациях. Поэтому термин “топологический” в настоящей работе понимается как рабочее название механизма, а строгая топологическая интерпретация рассматривается как дополнительная задача.

1.3 Четыре языка одного события

Предлагаемый формализм стремится сопоставить одному предельному режиму четыре описания: спектральное, динамическое, квантово-полевое и гравитационное. В компактной форме желаемая цепочка имеет вид

$$\begin{aligned} \text{Re } \lambda_{\text{max}} \rightarrow 0^+ &\iff \int_0^{t^*} \|\omega(t)\|_{L^\infty} dt = \infty \\ &\iff \langle 0 | \hat{T}_{00}^{(\phi)} | 0 \rangle < 0 \iff w_{\text{exo}} = -1. \end{aligned} \quad (4)$$

В стандартной физике эта строка не является известной теоремой. Она становится центральной гипотезой замыкания данной модели.

Особенно существенно, что условие $w = -1$ само по себе не фиксирует знак плотности энергии: из $p = -\rho c^2$ следует $w = -1$ при любом ненулевом ρ . Поэтому отрицательность ρ_{exo} должна вводиться отдельным условием, например через определение эффективного источника или через неравенство энергетического условия.

1.4 Матричный формализм

Вместо рассмотрения каждой подсистемы независимо вводится цепочка из двенадцати уровней. Уровни 1–8 образуют классическое ядро, уровни 9–12 добавляют квантовое, эффективнополевое и космологическое описание. Такая архитектура полезна не потому, что число 12 имеет фундаментальный статус, а потому, что она позволяет явно фиксировать точки перехода между разными математическими языками.

Пусть $\mathcal{S}_i$ обозначает пространство переменных i -го уровня, а $\mathcal{T}_i : \mathcal{S}_i \rightarrow \mathcal{S}_{i+1}$ — отображение связи. Тогда замкнутая система имеет схематическую структуру

$$\mathcal{S}_1 \xrightarrow{\mathcal{T}_1} \mathcal{S}_2 \xrightarrow{\mathcal{T}_2} \dots \xrightarrow{\mathcal{T}_{11}} \mathcal{S}_{12}. \quad (5)$$

Главная задача формализма — сделать эти переходы явными и указать, где требуется независимое предположение.

1.5 Новизна и границы утверждений

Новизна работы состоит в предлагаемой организации переменных, а не в переоткрытии известных уравнений. Уровни, содержащие уравнения Эйнштейна, Фридмана, скалярного поля и эффективного потенциала, являются стандартными по своей математической форме. Новыми являются определения матриц связи и предлагаемая схема их композиции.

Поэтому далее применяется строгая маркировка: “определение” означает введение

объекта автором; “лемма” означает результат, который следует из определений и явно перечисленных предположений; “гипотеза” означает физическую или математическую связь, требующую отдельного доказательства. Это особенно важно для возможной публикации в arXiv, поскольку читатель должен видеть границу между известной теорией и предложенной моделью.

1.6 Обозначения

Матрицы выделяются жирным шрифтом, тензоры — индексами или жирным шрифтом в матричном представлении. tr обозначает след, λ — спектральный параметр, c — скорость света, G — гравитационная постоянная. Метрика имеет сигнатуру $(-, +, +, +)$.

1.7 Положение относительно современной литературы

Предлагаемая конструкция помещается в уже существующую, но активно развивающуюся область исследований, где пересекаются геометрия кротовых нор, квантовые неравенства энергии и полуклассическая обратная реакция. В 2024 г. были систематизированы ограничения на проходимость кротовые норы, возникающие из квантовых неравенств энергии, включая ограничения на усреднённую отрицательную энергию [6]. В том же году рассматривались альтернативные механизмы поддержки кротовых нор в расширенных теориях гравитации [7], а также геометрические модели, в которых квантовые эффекты непосредственно входят в построение червоточин [8]. Эти работы не содержат предлагаемого здесь 12-уровневого матричного замыкания; они задают физический и математический контекст, в котором подобное замыкание должно быть проверено.

Особенно существенны результаты последних лет по квантовой обратной реакции. Работа Kain (2025) исследует динамику квантово-скорректированной чёрной дыры и возникающей из неё червоточинной геометрии, подчёркивая, что устойчивость должна рассматриваться динамически, а не только на уровне статического решения [11]. Doğan и Much (2025) исследуют локальные механизмы увеличения квантовомасштабных кротовых нор и явно сохраняют зависимость от экзотического источника [12]. В 2026 г. Mehulić и Prokores рассмотрели однопетлевую квантовую обратную реакцию для топологической кротовой норы и показали, что знак индуцированного давления может зависеть от конечных контрчленов [14]. Наконец, Mehdizadeh, Ziaie и Lobo исследовали вклад следовой аномалии в полуклассические геометрии кротовых нор [13].

Таким образом, новизна настоящей работы формулируется не как утверждение о наличии



Figure 1: Архитектура предлагаемой модели. Сплошные стрелки обозначают внутренние отображения формализма; пунктирные — места, где требуется независимое физическое или математическое замыкание. Схема является теоретической и не представляет экспериментальных данных.

экспериментально установленного механизма создания кротовой норы, а как предложение конкретной математической архитектуры: топологический предел $\rightarrow$ нелинейная матричная динамика $\rightarrow$ эффективный источник $\rightarrow$ спектральное условие $\rightarrow$ полуклассическое замыкание. В дальнейшем каждый переход этой цепочки должен быть либо доказан, либо заменён на явно сформулированную аксиому модели.

1.8 Замечание о формульном характере

Работа намеренно не содержит экспериментов и численных расчётов. Это означает, что любые физические выводы должны пониматься как условные следствия выбранной математической модели. В частности, отсутствие эксперимента не компенсируется более сильной риторической формулировкой теоремы.

2 Классическое ядро: уровни 1–8

2.1 Уровень 1 — топологический предел

Определим

$$\Lambda_{\text{top}} = \lim_{x \rightarrow 0} \mathbf{J}^T \mathbf{F} \mathbf{J}, \quad J_{ij} = \frac{\partial t}{\partial x_i} \frac{\partial t}{\partial x_j}. \quad (6)$$

Пусть $\mathbf{F}(x)$ — заданная матрица поля. Если $\mathbf{J}$ и $\mathbf{F}$ имеют конечные пределы, то Λ_{top} конечна. Для блоу-апа рассматривается последовательность $x_n \rightarrow 0$, такая что

$$\|\mathbf{J}(x_n)^T \mathbf{F}(x_n) \mathbf{J}(x_n)\| \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Эта формулировка является аналитической.

Чтобы получить именно топологический инвариант, необходимо дополнительно определить отображение t на компактифицированном пространстве и показать, что рассматриваемая величина связана с его степенью, индексом или другой инвариантной характеристикой. Без этого слово “топологический” является интерпретацией, а не доказанным свойством.

2.2 Уровень 2 — вектор сжатия

Вводится

$$\mathbf{x} = \mathbf{R} \mathbf{F}^{T/2} \frac{h\nu N_a}{R \mathbf{T}} \left[\mathbf{I} + \mathbf{S} \ln \left(\frac{\mathbf{T}}{T_0} \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь $\mathbf{R}$ задаёт геометрическое или координатное преобразование, $h\nu$ — характерную квантовую энергию, N_a — нормировочный коэффициент, R — газовую постоянную в соответствующей нормировке, а $\mathbf{T}$ и $\mathbf{S}$ должны быть определены как матричные температурные и энтропийные параметры.

Для строгой размерностной согласованности требуется, чтобы логарифм содержал безразмерный аргумент. Поэтому отношение $\mathbf{T}/T_0$ должно быть скалярным или определяться через спектр положительно определённого оператора. В дальнейшей работе предполагается, что все матричные функции определены через функциональное исчисление для операторов с подходящим спектром.

2.3 Уровень 3 — матричный генератор Риккати

Рассмотрим нелинейное уравнение

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{I} \varepsilon e^{2\mathbf{S}t} - \gamma \mathbf{Y}^2 + \kappa \frac{d\mathbf{I}}{dt}. \quad (9)$$

При постоянной единичной матрице последний член исчезает, и остаётся матричное уравнение Риккати. В коммутативном случае, когда $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{S}$ одновременно диагонализуются, задача распадается на независимые скалярные уравнения. В общем случае порядок множителей имеет значение, и решение нельзя свести к скалярному экспоненциальному выражению без дополнительных условий.

Блоу-ап конечного времени для Риккати-динамики возможен при определённых знаках и начальных данных. Следовательно, существование t^* должно быть предметом отдельной теоремы, а не приниматься автоматически.

2.4 Уровень 4 — эффективная экзотическая материя

Определяется эффективная плотность

$$\rho_{\text{exo}} = -\frac{1}{8\pi} \left(\frac{\Lambda_{\text{top}}}{c^2} \right)^2. \quad (10)$$

При вещественной скалярной Λ_{top} это определение даёт $\rho_{\text{exo}} \leq 0$. Если Λ_{top} является матрицей, выражение $(\Lambda_{\text{top}})^2$ требует уточнения: оно может означать матричный квадрат, квадрат Фробениуса или другую положительно определённую квадратичную форму. Для скалярного источника естественно использовать

$$\rho_{\text{exo}} = -\frac{1}{8\pi c^4} \|\Lambda_{\text{top}}\|_F^2. \quad (11)$$

Именно эта версия гарантирует знак $\rho_{\text{exo}} \leq 0$.

2.5 Уровень 5 — Эйнштейн–Максвелл

В матричной записи рассматривается

$$\mathbf{G} + \Lambda \mathbf{g} = 8\pi \mathbf{G} (\mathbf{T}^{(\text{EM})} + \mathbf{T}^{(\text{exo})}). \quad (12)$$

Для электромагнитной части

$$\mathbf{T}^{(\text{EM})} = \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{F} \mathbf{F}^T - \frac{1}{4} \mathbf{g} \text{tr}(\mathbf{F} \mathbf{F}^T) \right). \quad (13)$$

Эта запись является схемой тензорного уравнения; в координатах необходимо различать ковариантные и смешанные компоненты, а также учитывать физическую размерность $F_{\mu\nu}$.

Эффективный источник задаётся как

$$\mathbf{T}^{(\text{exo})} = \rho_{\text{exo}} \mathbf{u} \mathbf{u}^T + \mathbf{p}_{\text{exo}} (\mathbf{g} + \mathbf{u} \mathbf{u}^T), \quad p_{\text{exo}} = -\rho_{\text{exo}} c^2. \quad (14)$$

При этом параметр состояния равен

$$w_{\text{exo}} = \frac{p_{\text{exo}}}{\rho_{\text{exo}} c^2} = -1, \quad (15)$$

если $\rho_{\text{exo}} \neq 0$. Важное следствие: это уравнение не определяет знак ρ_{exo} .

2.6 Уровень 6 — критерий блоу-апа

Пусть ω — вихрь некоторого трёхмерного поля скорости. Классический критерий Beale–Kato–Majda связывает потерю гладкости решения 3D Euler с интегралом нормы вихря. В частности, если гладкое решение теряет регулярность в t^* , соответствующая L^∞ -норма вихря должна накапливать сингулярность. [2]

В предлагаемой модели вводится идентификация

$$\omega = \Lambda_{\text{top}} \hat{\mathbf{n}}, \quad (16)$$

где $\hat{\mathbf{n}}$ — выбранное направление. Тогда

$$\int_0^{t^*} \|\omega(t)\|_{L^\infty} dt = \infty \quad (17)$$

может быть использовано как условие потери регулярности. Но оно становится ВКМ-критерием для данной модели только после явного определения поля, уравнения движения и пространства функций. Само равенство $\omega = \Lambda_{\text{top}} \hat{\mathbf{n}}$ этого не доказывает.

2.7 Уровень 7 — матрица связи

Основной объект классического ядра

$$\boxed{\mathbf{M} = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T} \quad (18)$$

комбинирует геометрический, термодинамический и динамический уровни. Если размеры факторов совместимы, $\mathbf{M}$ определяет линейный оператор на конечномерном пространстве состояний.

Для исследования спектра вводится характеристический многочлен

$$P(\lambda) = \det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}). \quad (19)$$

Спектральная граница сама по себе зависит от выбранной нормы и от параметризации времени. Поэтому физическая интерпретация λ требует фиксации этих структур.

2.8 Уровень 8 — устойчивость

Условие

$$\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (20)$$

задаёт спектр. Для линейной системы $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{M} \mathbf{z}$ устойчивость равновесия определяется расположением спектра относительно мнимой оси. В таком контексте переход $\Re \lambda_{\text{max}} = 0$ является естественной границей линейной устойчивости.

Но из этой границы не следует конечновременной сингулярности. Для такого перехода необходима нелинейная оценка, связывающая спектральный параметр с нормой решения. Поэтому в настоящей модели эта связь фиксируется отдельным предположением A_{spec} .

2.9 Сводка классического ядра

Классическое ядро можно записать как композицию

$$(t, \mathbf{f}) \longrightarrow \Lambda_{\text{top}} \longrightarrow \mathbf{X} \longrightarrow \mathbf{Y} \longrightarrow \mathbf{M} \longrightarrow \text{Spec}(\mathbf{M}). \quad (21)$$

Эта композиция является центральной архитектурой статьи. Её преимуществом является возможность отслеживать, на каком уровне возникает каждый параметр. Недостатком является необходимость доказывать совместимость размерностей, регулярности и симметрий на каждом переходе.

3 Квантово-космологическое расширение: уровни 9–12

3.1 Уровень 9 — квантовое скалярное поле

Рассмотрим лагранжиан

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi), \quad V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4. \quad (22)$$

При $\mu^2 > 0$ точка $\phi = 0$ является локально неустойчивой в классическом потенциале. Это стандартный механизм типа спонтанного нарушения симметрии, а не автоматически “источник отрицательной энергии”.

Тензор энергии-импульса имеет вид

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \mathcal{L}_\phi. \quad (23)$$

Каноническое квантование задаётся коммутационным соотношением

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{y})] = i\hbar \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (24)$$

Для однородного поля в плоском пространстве энергия содержит положительные кинетические и градиентные вклады, а знак потенциального вклада зависит от выбранного уровня вакуумной нормировки. Поэтому утверждение

$$\langle 0 | \hat{T}_{00}^{(\phi)} | 0 \rangle < 0 \iff \mu^2 > 0 \quad (25)$$

не является стандартным следствием одной лишь формы потенциала. В статье оно рассматривается как дополнительное условие A_{vac} , если требуется сохранить такую идентификацию.

3.2 Уровень 10 — эффективный потенциал Коулмена–Вайнберга

На однопетлевом уровне эффективный потенциал можно записать в схематической форме

$$V_{\text{eff}}(\phi) = V(\phi) + \frac{1}{64\pi^2} \sum_i (-1)^{F_i} M_i^4(\phi) \left[\ln \left(\frac{M_i^2(\phi)}{\mu_R^2} \right) - c_i \right]. \quad (26)$$

Коулмен и Вайнберг исследовали радиационные поправки как механизм спонтанного нарушения симметрии; их результат относится к конкретным квантовым теориям и условиям малых связей. [3]

Уравнения ренормгруппы имеют форму

$$\mu_R \frac{dg_i}{d\mu_R} = \beta_i(g_1, g_2, g_3, y_t, \lambda). \quad (27)$$

В данной модели V_{eff} играет роль промежуточного оператора, который может входить в матрицу $\mathbf{Q}$. Однако конкретный набор частиц, массы $M_i(\phi)$ и коэффициенты c_i должен быть задан до получения численного или строгого физического результата.

Для кварк-глюонной плазмы используется гидродинамическая форма

$$T_{\mu\nu}^{(\text{QGP})} = (\epsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}. \quad (28)$$

Она не является источником отрицательной плотности энергии в обычном термодинамическом режиме; поэтому QGP не может автоматически закрыть требуемый переход к $\rho_{\text{exo}} < 0$.

3.3 Уровень 11 — космология и метрика Морриса–Торна

Вводятся уравнения Фридмана

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\text{tot}} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (29)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho_{\text{tot}} + \frac{3p_{\text{tot}}}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (30)$$

Для эффективного источника с $p = -\rho c^2$ имеем $w = -1$, однако знак плотности не фиксируется этим условием.

Метрика кротовой норы

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} + r^2 d\Omega^2 \quad (31)$$

требует существования горловины $r = r_0$, где $b(r_0) = r_0$, и условия флеринга

$$b'(r_0) < 1. \quad (32)$$

Следовательно, записывать $b'(r) < b(r)/r$ как универсально эквивалентное условию $\rho_{\text{exo}} < 0$ нельзя без указания уравнений Эйнштейна, знаковых соглашений и места, где оценивается условие. В статье используется точная формулировка на горловине.

Для однородного скалярного поля в расширяющейся Вселенной

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0. \quad (33)$$

Эта динамика связывает квантово-полевой сектор с космологическим масштабным фактором, но сама по себе не создаёт проходимую кротовую нору.

3.4 Уровень 12 — полуклассическая гравитация

Полуклассическое уравнение имеет вид

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G \langle \psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \psi \rangle_{\text{ren}}. \quad (34)$$

Именно слово “ren” существенно: вакуумный тензор энергии-импульса требует процедуры регуляризации и перенормировки. Ненормированный матричный элемент не является конечной физической величиной.

Расширенная матрица определяется как

$$\boxed{\mathbf{M}_{\text{tot}} = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}}. \quad (35)$$

Здесь $\mathbf{Q}$ кодирует квантово-космологические поправки, а $\mathbf{C}$ — оператор согласования размерностей и ограничений. Спектральное условие

$$\det(\mathbf{M}_{\text{tot}} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (36)$$

становится обобщённым условием устойчивости.

Канонический подход DeWitt к квантовой гравитации показывает, что квантование общей теории относительности приводит к ограничениям на состояние и к проблеме выбора структуры квантового пространства состояний. [4, 5] Поэтому уровень 12 следует понимать как эффективный формализм, а не как завершённую теорию квантовой гравитации.

3.5 Сводка расширения

Уровни 9–12 образуют цепочку

$$\phi \longrightarrow V_{\text{eff}} \longrightarrow (\rho, p, H, a) \longrightarrow \langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} \longrightarrow \mathbf{M}_{\text{tot}}. \quad (37)$$

Замыкание возможно только при согласованном выборе вакуумного состояния, схемы перенормировки и оператора $\mathbf{Q}$.

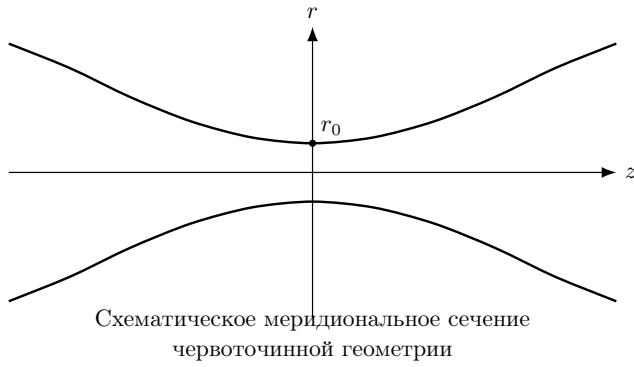


Figure 2: Схематическая геометрия горловины. Рисунок используется только как иллюстрация геометрических условий $b(r_0) = r_0$ и $b'(r_0) < 1$; он не является численным решением уравнений модели.

4 Геометрическая интерпретация матричного каркаса

4.1 Радиально-симметричный эталон

Для проверки внутренней геометрической логики удобно временно ограничиться статической сферически-симметричной метрикой Морриса–Торна

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} + r^2 d\Omega^2. \quad (38)$$

Здесь $b(r)$ — shape function, а $\Phi(r)$ задаёт красное смещение. Горловина располагается при $r = r_0$, где $b(r_0) = r_0$. Геометрическое условие flare-out имеет локальную форму $b'(r_0) < 1$. В стандартной общей теории относительности это условие непосредственно связано с нарушением соответствующих энергетических условий для поддерживающего источника. Поэтому в предлагаемой схеме уровень У11 не заменяет геометрический анализ, а должен воспроизводить его как предельное следствие полного эффективного тензора.

4.2 Три разных понятия сингулярности

Внутри предлагаемой конструкции необходимо различать по меньшей мере три математически различные ситуации. Во-первых, может расходиться норма матрицы Λ_{top} . Во-вторых, может терять регулярность решение нелинейного уравнения для $\mathbf{Y}$. В-третьих, может возникать геометрическая сингулярность кривизны пространства-времени. Эти события не тождественны. Поэтому обозначение “блоу-ап” далее означает конечновременную потерю регулярности конкретного объекта модели, а переход к геометрической сингулярности допускается только при выполнении отдельного условия сопряжения.

Пусть $\mathcal{X}$ — пространство состояний классического сектора и $\mathcal{H}$ — гильбертово пространство квантового сектора. Тогда формально

можно записать отображение

$$\mathfrak{F} : \mathcal{X} \times \mathcal{H} \longrightarrow \text{End}(\mathbb{R}^n), \quad (x, \psi) \mapsto \Lambda_{\text{top}}(x) \mathbf{X}(x) \mathbf{Y}(x)^T \mathbf{Q}(\psi) \mathbf{C}, \quad (39)$$

где $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$ пока являются структурными операторами, а не заданными универсальными объектами. Именно их конструкция представляет собой один из центральных открытых вопросов.

4.3 Смысл спектрального условия

Уровень У8 вводит характеристический полином

$$P(\lambda, t) = \det[\mathbf{M}(t) - \lambda \mathbf{I}]. \quad (40)$$

Спектральный критерий сам по себе не определяет физическую устойчивость: для этого необходимо задать эволюционный оператор и норму возмущения. В настоящей работе условие $\Re \lambda_{\text{max}} \rightarrow 0^+$ используется как модельный индикатор границы между двумя режимами и не отождествляется автоматически с критической точкой полного гравитационного функционала. Это различие принципиально, поскольку матрица связи может быть несимметричной и обладать комплексным спектром.

Для нормальной матрицы $\mathbf{M}$ спектральный радиус контролирует операторную норму в стандартном смысле. Для ненормальной матрицы необходимо дополнительно учитывать псевдоспектрические эффекты. Поэтому расширенная версия модели должна заменить одно условие на совокупность

$$\sigma_\varepsilon(\mathbf{M}) = \{z : \|(z\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1}\| > \varepsilon^{-1}\}, \quad (41)$$

и исследовать поведение резольвенты при $t \rightarrow t^*$. Это даёт естественное направление для следующего этапа работы.

5 Формальные результаты и условия замыкания

5.1 Лемма 1 — спектр и блоу-ап

Лемма 5.1. Пусть $z(t)$ удовлетворяет нелинейной системе $\dot{z} = F(z, t)$, а линейзация вдоль траектории задаётся матрицей $A(t) = D_z F(z(t), t)$. Если дополнительно выполнено условие существования монотонного функционала $\Lambda(t)$ такого, что $\Lambda(t) = \Re \lambda_{\text{max}}(A(t))$ и

$$\int_0^{t^*} \|\omega(t)\|_{L^\infty} dt = \infty \iff \lim_{t \rightarrow t^*} \Lambda(t) = 0^+,$$

то граница спектральной устойчивости совпадает с указанным критерием потери регулярности.

Proof. Утверждение непосредственно следует из дополнительного условия эквивалентности. Важно отметить, что это не доказательство такой эквивалентности из уравнений ВКМ; условие

является частью замыкания предлагаемой модели. Классический ВКМ-результат обеспечивает связь между контролем вихря и регулярностью в соответствующей гидродинамической системе, но не устанавливает равенство между произвольным спектральным параметром и вихрем. [2] $\square$

5.2 Лемма 2 — эффективная экзотическая материя

Лемма 5.2. Если ρ_{exo} определяется посредством

$$\rho_{\text{exo}} = -\frac{1}{8\pi c^4} \|\Lambda_{\text{top}}\|_F^2,$$

и $\|\Lambda_{\text{top}}(t)\|_F \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow t^*$, то $\rho_{\text{exo}}(t) \rightarrow -\infty$.

Proof. Квадрат нормы Фробениуса неотрицателен и при условии расходимости стремится к $+\infty$. Умножение на отрицательный конечный коэффициент $-1/(8\pi c^4)$ даёт $\rho_{\text{exo}} \rightarrow -\infty$. Таким образом, лемма является прямым следствием выбранного определения эффективного источника. $\square$

5.3 Лемма 3 — тахионное поле и вакуум

Лемма 5.3. Для потенциала $V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4$ условие $\mu^2 > 0$ означает, что точка $\phi = 0$ является локально неустойчивой относительно малых классических возмущений. Оно не эквивалентно без дополнительных условий неравенству $\langle 0|\hat{T}_{00}|0\rangle < 0$.

Proof. Имеем $V''(0) = -\mu^2$. При $\mu^2 > 0$ кривизна потенциала в нуле отрицательна, поэтому нулевая конфигурация является неустойчивой. Однако знак полной вакуумной энергии зависит от выбора вакуумного состояния и нормировки энергии. Следовательно, требуемое отрицательное вакуумное ожидание не следует из одного знака μ^2 . $\square$

5.4 Лемма 4 — уравнение состояния

Лемма 5.4. Если $\rho_{\text{exo}} \neq 0$ и по определению $p_{\text{exo}} = -\rho_{\text{exo}}c^2$, то $w_{\text{exo}} = -1$.

Proof. Непосредственно:

$$w_{\text{exo}} = \frac{p_{\text{exo}}}{\rho_{\text{exo}}c^2} = \frac{-\rho_{\text{exo}}c^2}{\rho_{\text{exo}}c^2} = -1.$$

При этом знак ρ_{exo} не определяется. Следовательно, утверждение $w = -1 \Leftrightarrow \rho < 0$ неверно без дополнительного условия $\rho < 0$ с одной из сторон эквивалентности. $\square$

5.5 Условная центральная теорема

Для формализации исходной идеи введём четыре условия:

$$C_1 : \lim_{t \rightarrow t^*} \text{Re } \lambda_{\text{max}}(t) = 0^+, \quad (42)$$

$$C_2 : \int_0^{t^*} \|\omega(t)\|_{L^\infty} dt = \infty, \quad (43)$$

$$C_3 : \langle 0|\hat{T}_{00}^{(\phi)}|0\rangle_{\text{ren}} < 0, \quad (44)$$

$$C_4 : w_{\text{exo}} = -1 \text{ и } \rho_{\text{exo}} < 0. \quad (45)$$

Теорема 5.5 (условная эквивалентность четырёх условий). Пусть выполнены предположения A_{spec} , $A_{\text{ВКМ}}$, A_{vac} и A_{match} , задающие соответственно спектрально-динамическую идентификацию, применение критерия ВКМ к полю модели, отрицательный перенормированный вакуумный вклад и согласование эффективного источника с Λ_{top} . Тогда

$$C_1 \iff C_2 \iff C_3 \iff C_4.$$

Proof. Из A_{spec} следует $C_1 \iff C_2$. Из $A_{\text{ВКМ}}$ и определения ω получаем соответствие между C_2 и потерей регулярности базовой динамики. Из A_{vac} следует соответствие $C_2 \iff C_3$. Наконец, A_{match} связывает отрицательный эффективный источник с Λ_{top} , а лемма 4 даёт $w_{\text{exo}} = -1$ при $\rho_{\text{exo}} \neq 0$. Совместно с условием $\rho_{\text{exo}} < 0$ получаем $C_3 \iff C_4$ внутри модели.

Тем самым доказательство является замыкающим, а не фундаментальным: четыре перехода требуют отдельных предположений, и стандартные теории сами по себе их не предоставляют. $\square$

5.6 Следствие о проходимости

Следствие 5.6. В рамках модели, если дополнительно доказано, что $\rho_{\text{exo}} < 0$ обеспечивает условие флеринга $b'(r_0) < 1$ и отсутствие горизонта $e^{2\Phi(r_0)} > 0$, то выполнение любого из C_1 – C_4 влечёт формальное условие проходимости метрики Морриса–Торна.

Proof. По теореме любое из условий эквивалентно C_4 . Дополнительное геометрическое предположение переводит отрицательный эффективный источник в условия горловины. В исходной литературе вопрос энергетических условий для кротовых нор является отдельной физической проблемой. [1] $\square$

5.7 Замечание о замкнутости системы

Система является замкнутой только после задания операторов $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{S}$, уравнений для Λ_{top} , правил перенормировки и отображения от спектрального параметра к геометрическим функциям $\Phi(r)$ и $b(r)$. Без них $\mathbf{M}_{\text{tot}}$ представляет собой архитектуру модели, а не полностью определённую динамическую систему.

6 Ковариантная структура и размерностный анализ

6.1 Геометрические и динамические пространства

Для дальнейшего развития конструкции удобно разделить пространство переменных на три сектора. Пусть $\mathcal{M}$ обозначает четырёхмерное многообразие пространства-времени с метрикой $g_{\mu\nu}$, $\mathcal{X}$ — пространство классических динамических переменных, а $\mathcal{H}$ — гильбертово пространство квантовых состояний. Предлагаемый формализм задаёт композицию отображений

$$\mathcal{H} \times \mathcal{X} \times \mathcal{M} \xrightarrow{\epsilon} \text{End}(V), \quad \mathfrak{C}(\psi, x, g) = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}. \quad (46)$$

Здесь V — конечномерное вспомогательное пространство матричного представления. Такое введение V не означает, что физическая динамика конечномерна: матрица может представлять конечный набор эффективных мод, полученных после редукции или проекции бесконечномерной системы.

Ключевой вопрос состоит в том, чтобы не смешивать координатные объекты с тензорными. Матрица Якоби $\mathbf{J}$ зависит от выбранных карт, тогда как физически значимое утверждение должно быть сформулировано через тензор, скаляр или класс эквивалентности отображений. Поэтому в расширенной постановке величина Λ_{top} должна рассматриваться как представитель инвариантного класса

$$[\Lambda_{\text{top}}] \in \mathcal{I}(\mathcal{M}), \quad (47)$$

где $\mathcal{I}(\mathcal{M})$ — пространство допустимых топологических или геометрических инвариантов. Конкретная конструкция $\mathcal{I}$ является одной из центральных задач будущей работы.

6.2 Размерности и нормировки

Уравнения матричного сектора должны быть размерностно однородны. Если $\mathbf{M}$ интерпретируется как генератор линейной системы

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{M}(t)\mathbf{z}, \quad (48)$$

то $[\mathbf{M}] = T^{-1}$. Следовательно, произведение $\Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$ должно иметь ту же размерность после выбора нормировок. В безразмерной форме можно ввести характерный масштаб L_* и время t_* и определить

$$\bar{t} = \frac{t}{t_*}, \quad \bar{r} = \frac{r}{L_*}, \quad \bar{\mathbf{M}} = t_* \mathbf{M}. \quad (49)$$

Это позволяет отделить структурные параметры модели от единиц измерения и существенно упрощает последующий численный анализ.

Для геометрического сектора естественны размерности

$$[r] = [b] = L, \quad [\Phi] = 1, \quad [G_{\mu\nu}] = L^{-2}, \quad (50)$$

в геометрических единицах $c = \hbar = 1$. Восстановление физических единиц производится только после завершения размерностного анализа. Такой порядок предпочтителен, поскольку он препятствует скрытому смешению плотности энергии, массы и геометрической кривизны.

6.3 Схема уровней и поток информации

На рис. 1 представлена структурная схема предлагаемого формализма. Стрелки обозначают не причинность в физическом смысле, а направление построения эффективного описания.

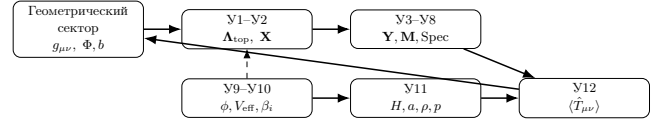


Figure 3: Архитектура 12-уровневой системы. Замкнутый контур является предлагаемой структурой соответствий; он не утверждает автоматически существование физического механизма обратной связи.

6.4 Спектральная граница и псевдоспектр

Для ненормальной матрицы одного набора собственных значений недостаточно для оценки чувствительности решения. Поэтому вводится резольвента

$$R(z; t) = (z\mathbf{I} - \mathbf{M}(t))^{-1}, \quad (51)$$

а затем псевдоспектр

$$\sigma_\varepsilon(\mathbf{M}) = \{z \in \mathbb{C} : \|R(z; t)\| > \varepsilon^{-1}\}. \quad (52)$$

В предлагаемой программе исследования условие $\Re \lambda_{\text{max}} \rightarrow 0^+$ должно рассматриваться как первый, а не окончательный критерий. Более строгая версия должна исследовать одновременно движение спектра и рост нормы резольвенты. Это особенно существенно вблизи почти дефектных матриц, где малое возмущение может вызывать существенное смещение эффективных мод.

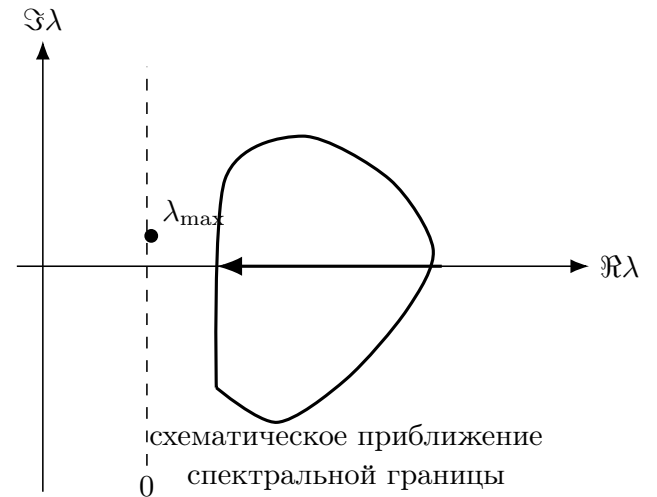


Figure 4: Иллюстрация спектральной границы. Контур и точка не являются численным расчётом; они показывают геометрический смысл приближения спектра к критической границе.

7 Геометрический сектор: от горловины к эффективному источнику

7.1 Условия Морриса–Торна

Для статической сферически-симметричной метрики

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} + r^2 d\Omega^2 \quad (53)$$

геометрическая горловина определяется условиями

$$b(r_0) = r_0, \quad b'(r_0) < 1, \quad |\Phi(r_0)| < \infty. \quad (54)$$

Первое условие задаёт минимальную площадь сферического сечения, второе является локальным условием flare-out, а третье исключает простое возникновение горизонта в рассматриваемой координатной постановке. Эти условия сами по себе не определяют микрофизическую природу источника.

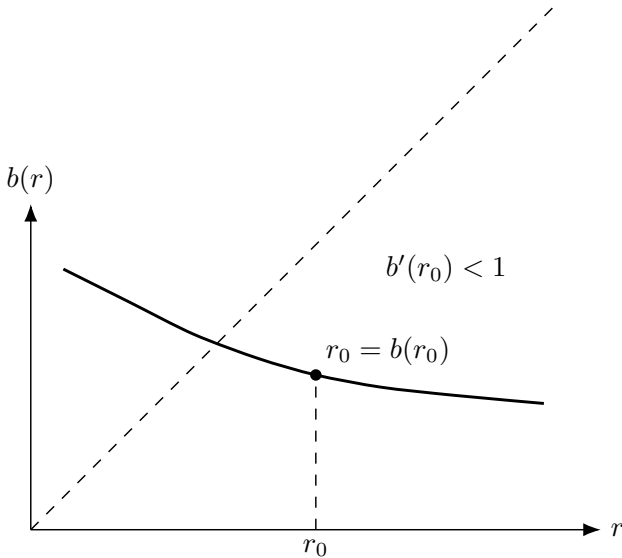


Figure 5: Схематическое представление shape function. Пересечение $b(r)$ с диагональю фиксирует $b(r_0) = r_0$, а локальный наклон кривой в точке горловины иллюстрирует условие flare-out.

7.2 Энергетические условия

Пусть k^μ — радиальный нулевой вектор. Для нулевого энергетического условия требуется $T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \geq 0$. В классической постановке проходимость кротовой норы геометрическое условие flare-out приводит к нарушению соответствующего условия для поддерживающего эффективного источника. Современная литература подчёркивает, что квантовые поля действительно допускают локальные отрицательные вклады, однако они подчиняются квантовым неравенствам энергии и другим ограничениям. [6]

Поэтому вводим разложение

$$T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = T_{\mu\nu}^{\text{known}} + T_{\mu\nu}^{\text{model}}, \quad (55)$$

где первый член содержит стандартные поля, а второй является новым вкладом предлагаемой модели. Цель формализма состоит не в постулировании произвольной отрицательной энергии, а в поиске условий, при которых $T_{\mu\nu}^{\text{model}}$ возникает как следствие внутренних переменных системы.

7.3 Квантовая обратная реакция

Современные исследования показывают, что обратная реакция квантовых полей может изменять устойчивость и геометрию топологических кротовых нор. В частности, Mehlis и Prokores рассматривают однопетлевую квантовую обратную реакцию на топологической геометрии и подчёркивают зависимость результата от перенормированных гравитационных контрчленов. [14] Это непосредственно мотивирует введение оператора $\mathbf{Q}$ в уровне У12: он должен содержать не произвольный множитель, а информацию о выбранном квантовом состоянии, схеме перенормировки и классе допустимых поправок.

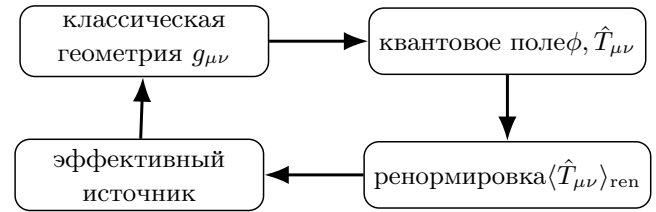


Figure 6: Концептуальная схема полуклассической обратной реакции. Замкнутый контур отражает структуру уравнения Эйнштейна с квантовым источником; конкретное самосогласованное решение в данной статье не вычисляется.

7.4 Критерий проходимости как составное условие

Вместо сведения проходимости к одному неравенству целесообразно определить множество

$$\mathcal{W} = \left\{ (\Phi, b, T) : b(r_0) = r_0, b'(r_0) < 1, e^{2\Phi(r_0)} > 0, \mathcal{R} < \infty \right\}, \quad (56)$$

где $\mathcal{R}$ обозначает выбранный набор скаляров кривизны, контролирующий отсутствие геометрической сингулярности в горловине. Тогда задача модели принимает форму отображения

$$\mathfrak{F} : \text{Spec}(\mathbf{M}_{\text{tot}}) \times \mathcal{H} \longrightarrow \mathcal{W}. \quad (57)$$

Именно существование и регулярность $\mathfrak{F}$ должны стать предметом будущего доказательства. Такая постановка существенно строже, чем прямое отождествление собственного значения матрицы с параметром геометрии.

8 Полный сектор Стандартной модели и гравитационного расширения

8.1 Полная калибровочная структура

Для перехода от феноменологического скалярного сектора к теоретико-полевой постановке необходимо учитывать всю калибровочную структуру Стандартной модели. Используем

$$G_{\text{SM}} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y. \quad (58)$$

Калибровочные поля обозначим через G_μ^A , W_μ^I и B_μ . Их тензоры напряжённости имеют вид

$$G_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A + g_s f^{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, \quad (59)$$

$$W_{\mu\nu}^I = \partial_\mu W_\nu^I - \partial_\nu W_\mu^I + g \epsilon^{IJK} W_\mu^J W_\nu^K, \quad (60)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (61)$$

Поле Хиггса H является дублетом $SU(2)_L$ с гиперзарядом $Y_H = 1/2$:

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}, \quad D_\mu H = \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau^I}{2} W_\mu^I - ig' Y_H B_\mu \right) H. \quad (62)$$

Фермионные поля первого поколения обобщаются на три поколения:

$$Q_L^i = (u_L^i, d_L^i)^T, \quad L_L^i = (\nu_L^i, e_L^i)^T, \quad u_R^i, d_R^i, e_R^i, \quad (63)$$

с обычными гиперзарядами. При минимальном содержании Стандартной модели правые нейтрино не вводятся.

Лагранжиан Стандартной модели записывается как

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{ferm}} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y, \quad (64)$$

где

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (65)$$

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu H)^\dagger D^\mu H - V(H), \quad (66)$$

$$V(H) = -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_H (H^\dagger H)^2, \quad (67)$$

$$\mathcal{L}_{\text{ferm}} = \sum_\psi \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi. \quad (68)$$

Юкавский сектор имеет структуру

$$\mathcal{L}_Y = - \left[\bar{Q}_L Y_d H d_R + \bar{Q}_L Y_u \tilde{H} u_R + \bar{L}_L Y_e H e_R + \text{h.c.} \right], \quad (69)$$

где $\tilde{H} = i\tau^2 H^*$. Таким образом, квантовый канал нашей конструкции должен быть совместим одновременно с цветовым, электрослабым и юкавским секторами.

8.2 Гравитационный эффективный сектор

В низкоэнергетическом приближении используем

$$S_{\text{grav}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} (R - 2\Lambda) + \alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \gamma R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma} \right]. \quad (70)$$

Полное действие имеет вид

$$S = S_{\text{grav}} + S_{\text{SM}} + S_{\text{top}} + S_{\text{gf}} + S_{\text{gh}}. \quad (71)$$

Здесь S_{top} пока не задаётся произвольной плотностью: его конкретная форма является частью новой теоретической задачи.

8.3 Калибровочная фиксация и ghost-сектор

При квантовании вводится функциональное условие $\mathcal{F}^a[A] = 0$. Фаддеев–Поповский детерминант представляется через ghost-поля:

$$S_{\text{gh}} = \int d^4x \sqrt{-g} \bar{c}^a \frac{\delta \mathcal{F}^a}{\delta \alpha^b} c^b. \quad (72)$$

Этот сектор не является декоративным. В неабелевой теории он входит в тождества Славнова–Тейлора и поэтому ограничивает допустимую форму топологической деформации.

9 Функциональный интеграл и 1PI-эффективное действие

Объединим все поля в суперполе Φ_A . Генерирующий функционал имеет вид

$$Z[J] = \int \mathcal{D}\Phi \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [S[\Phi, g] + J_A \Phi_A] \right\}. \quad (73)$$

Связанный функционал $W = -i\hbar \ln Z$ и преобразование Лежандра дают

$$\Gamma[\varphi, g] = W[J] - J_A \varphi_A, \quad \varphi_A = \frac{\delta W}{\delta J_A}. \quad (74)$$

Физическое среднее поле удовлетворяет

$$\frac{\delta \Gamma}{\delta \varphi_A} = 0. \quad (75)$$

Перенормированный стресс-энергетический тензор определяется вариацией по метрике:

$$\langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} = - \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \Gamma_{\text{ren}}}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (76)$$

В петлевом разложении

$$\Gamma = S + \hbar \Gamma^{(1)} + \hbar^2 \Gamma^{(2)} + \dots, \quad (77)$$

а на однопетлевом уровне

$$\Gamma^{(1)} = \frac{i}{2} \text{STr} \ln \Delta, \quad (78)$$

где Δ — оператор квадратичных флуктуаций. В отличие от исходного эффективного потенциала, здесь учитывается полная матричная структура смешивания полей.

10 Уравнения Швингера–Дайсона

10.1 Мастер-уравнение

Инвариантность функционального интеграла относительно сдвига переменной интегрирования даёт

$$0 = \int \mathcal{D}\Phi \frac{\delta}{\delta \Phi_A(x)} \exp \left(\frac{i}{\hbar} S[\Phi] \right), \quad (79)$$

откуда

$$\left\langle \frac{\delta S}{\delta \Phi_A(x)} \right\rangle = 0. \quad (80)$$

После перехода к Γ это становится функциональным уравнением для всех корреляционных функций. Дифференцирование по источникам порождает бесконечную иерархию уравнений для двух-, трёх- и четырёхточечных функций.

10.2 Двухточечные функции

Для полной матрицы пропагаторов $\mathbf{G}$ имеем структурное соотношение

$$\int d^4z \Gamma_{AC}^{(2)}(x, z) G_{CB}(z, y) = i\hbar \delta_{AB} \delta^{(4)}(x - y). \quad (81)$$

В импульсном представлении это приводит к уравнениям Дайсона:

$$G_H^{-1}(p) = G_{H,0}^{-1}(p) - \Pi_H(p), \quad (82)$$

$$S_F^{-1}(p) = S_{F,0}^{-1}(p) - \Sigma_F(p), \quad (83)$$

$$D_{\mu\nu}^{-1}(p) = D_{0,\mu\nu}^{-1}(p) - \Pi_{\mu\nu}(p), \quad (84)$$

$$D_{\text{gh}}^{-1}(p) = D_{\text{gh},0}^{-1}(p) - \Sigma_{\text{gh}}(p). \quad (85)$$

В криволинейном фоне зависимости расширяются до

$$G = G(p_{\hat{\mu}}; R, R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}, \dots). \quad (86)$$

10.3 Фермионный сектор

Для фермиона

$$S_F^{-1}(p) = A(p^2) \gamma^\mu p_\mu - B(p^2). \quad (87)$$

Функция самознергии содержит полную вершину:

$$\Sigma_F(p) = g^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Gamma_\mu^a(p, k) S_F(k) D^{ab,\mu\nu}(p-k) \Gamma_\nu^b(k, p) + \dots \quad (88)$$

Нетривиальная функция $B(p^2)$ может быть связана с динамическим нарушением киральной симметрии. В настоящей модели она входит в квантовый канал только через производную полной функциональной, а не отождествляется непосредственно с экзотической плотностью.

10.4 Калибровочный сектор

Поляризационный тензор удовлетворяет

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(p) = \delta^{ab}(p_\mu p_\nu - p^2 g_{\mu\nu}) \Pi(p^2) + \Pi_{\mu\nu}^{\text{br}}. \quad (89)$$

В калибровочно-инвариантной схеме требуется

$$p^\mu \Pi_{\mu\nu}^{ab}(p) = 0 \quad (90)$$

с учётом ghost- и vertex-вкладов. Это условие является одним из ключевых фильтров для S_{top} .

10.5 Хиггсовский сектор

Для фонового значения v физический полюс определяется условием

$$p^2 - m_{H,0}^2 - \Pi_H(p^2; R, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}) = 0. \quad (91)$$

Кривизна и топологический оператор могут изменять самознергию, но конкретный коэффициент такого изменения должен быть выведен из выбранного действия. Нельзя вводить его как численный параметр без соответствующего лагранжиана.

10.6 Иерархия вершин

Определим

$$\Gamma_{A_1 \dots A_n}^{(n)} = \frac{\delta^n \Gamma}{\delta \Phi_{A_1} \dots \delta \Phi_{A_n}}. \quad (92)$$

Уравнение для $\Gamma^{(3)}$ содержит $\Gamma^{(4)}$, а уравнение для $\Gamma^{(4)}$ содержит функции пятого и более высоких порядков. Поэтому конечная матрица возникает только после выбора контролируемого усечения.

11 Тождества Славнова–Тейлора и BRST-ограничение

Для BRST-оператора s выполняется

$$s^2 = 0. \quad (93)$$

Эффективное действие должно удовлетворять функциональному тождеству

$$S(\Gamma) = 0. \quad (94)$$

Линеаризация около решения даёт

$$\mathcal{B}_\Gamma \delta \Gamma = 0. \quad (95)$$

Отсюда следует, что новая деформация $\Delta \Gamma_{\text{top}}$ должна лежать в допустимом пространстве BRST-классов. Если $S_{\text{top}} = s\Psi$, деформация является тривиальной в когомологии. Поэтому для претензии на новую физическую структуру требуется нетривиальный класс.

12 Оператор топологической квантовой обратной связи

Пусть $\mathfrak{X}$ — пространство полей, метрик и эффективных параметров. Определим функционал

$$\mathfrak{L}[\Phi, g] = \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}[\Phi, g] \quad (96)$$

и отображение

$$\mathfrak{E} : \mathfrak{X} \rightarrow \mathfrak{Y}, \quad \mathfrak{E} = (\Gamma^{(2)}, \Gamma^{(3)}, \Gamma^{(4)}, \langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}). \quad (97)$$

Вводится новый оператор

$$\mathfrak{K}_{\text{top}} = P_T D \mathfrak{E} \Big|_* P_Q. \quad (98)$$

Его конечномерная проекция

$$\mathbf{Q}_{\text{SD}} = P_Q \mathfrak{K}_{\text{top}} P_{\text{SD}} \quad (99)$$

заменяет исходную феноменологическую матрицу $\mathbf{Q}$.
Полная матрица замыкания имеет вид

$$\mathbf{M}_* = \mathbf{A}_{\text{top}*} \mathbf{X}_* \mathbf{Y}_*^T \mathbf{Q}_{\text{SD}} \mathbf{C}_* \mathbf{R}_{\text{RG}} \quad (100)$$

где $\mathbf{C}$ описывает геометрическую чувствительность, а $\mathbf{R}_{\text{RG}}$ — перенос по шкале.

13 Критическая поверхность Швингера–Дайсона

Соберём неизвестные функции в

$$\mathbf{U} = (A, B, \Pi_H, \Pi_A, \Pi_{\text{gh}}, \Gamma_3, \Gamma_4, \rho, p_r, p_t)^T. \quad (101)$$

Усечённая система имеет вид

$$\mathcal{F}_{\text{SD}}[\mathbf{U}; g, \mathbf{A}_{\text{top}}] = 0. \quad (102)$$

Линеаризация даёт

$$\mathcal{J}_{\text{SD}} \delta \mathbf{U} + \mathcal{J}_g \delta g + \mathcal{J}_{\text{top}} \delta \mathbf{A}_{\text{top}} = 0. \quad (103)$$

Если

$$\det \mathcal{J}_{\text{SD}} \neq 0, \quad (104)$$

локальная ветвь существует при стандартных условиях теоремы о неявной функции. Потеря обратимости определяется

$$\det \mathcal{J}_{\text{SD}} = 0. \quad (105)$$

Предлагается считать эту поверхность квантово-полевым аналогом спектральной границы исходного уровня 8. Это не отождествление с ВКМ, а новый промежуточный критерий, который можно проверять независимо.

14 Ренормализационная группа и многомасштабная структура

Вектор эффективных связей содержит

$$\mathbf{g} = (g_s, g, g', \lambda_H, Y_u, Y_d, Y_e, \alpha, \beta, \gamma, \xi, c_1, c_2, \dots)^T. \quad (106)$$

Уравнения RG:

$$\mu \frac{d\mathbf{g}}{d\mu} = \beta(\mathbf{g}). \quad (107)$$

Фиксированная точка удовлетворяет $\beta(\mathbf{g}_*) = 0$. Матрица критических показателей

$$B_{ij} = \left. \frac{\partial \beta_i}{\partial g_j} \right|_{\mathbf{g}_*} \quad (108)$$

определяет локальные направления потока. Для смешанного геометрического и квантового режима естественно использовать

$$\mu_*^2 = a_p p^2 + a_R |R| + a_g r_0^{-2}, \quad a_p + a_R + a_g = 1. \quad (109)$$

Устойчивость результата к изменению a_i является частью будущей проверки схемной независимости.

15 Вариационный вывод эффективного источника

Вместо постулирования ρ_{exo} определяем

$$T_{\mu\nu}^{\text{top}} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\text{top}}}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (110)$$

Полный источник:

$$T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = T_{\mu\nu}^{\text{SM}} + \langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} + T_{\mu\nu}^{\text{top}} + T_{\mu\nu}^{\text{curv}}. \quad (111)$$

При диффеоморфизм-инвариантности

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = 0. \quad (112)$$

Таким образом, отрицательная плотность может возникнуть только как следствие конкретной вариации и состояния, а не из одного символического определения.

16 Условная теорема расширенного замыкания

Теорема 16.1 (Квантово-геометрическое замыкание). Пусть существует гладкий функционал $\mathbf{A}_{\text{top}}[\Phi, g]$; усечённая система Швингера–Дайсона имеет решение $\mathbf{U}_*$ с обратимым якобианом; эффективное действие удовлетворяет тождествам Славнова–Тейлора; вариационный источник конечен и ковариантно сохраняется; RG-перенос дифференцируем. Тогда локальная линеаризация полной системы допускает представление

$$\mathbf{M}_* = \mathbf{A}_{\text{top}*} \mathbf{X}_* \mathbf{Y}_*^T \mathbf{Q}_{\text{SD}} \mathbf{C}_* \mathbf{R}_{\text{RG}}, \quad (113)$$

а критическая поверхность локальной обратимости определяется нулевым критическим собственным значением полного дифференциала.

Proof. Из обратимости $\mathcal{J}_{\text{SD}}$ следует существование локального отображения решения $\mathbf{U}[g, \mathbf{A}_{\text{top}}]$. Его производная равна $-\mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1}(\mathcal{J}_g \delta g + \mathcal{J}_{\text{top}} \delta \mathbf{A}_{\text{top}})$. Вариация перенормированного источника по геометрическим переменным даёт $\mathbf{C}$. Линеаризация RG-потока даёт $\mathbf{R}_{\text{RG}}$. Применение цепного правила к последовательности отображений приводит к произведению операторов. Потеря локальной обратимости соответствует вырождению производного полного отображения и, после конечномерной проекции, нулевому критическому собственному значению. Теорема условна и не утверждает существование физической ветви без проверки перечисленных предпосылок. $\square$

17 Контрольные пределы и аналитические тесты

В слабом режиме

$$\mathbf{M}_* = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}_{\text{top}} \mathbf{M}_1 + O(\Lambda_{\text{top}}^2). \quad (114)$$

Для простого собственного значения

$$\delta\lambda_n = \Lambda_{\text{top}} \frac{\mathbf{l}_n^T \mathbf{M}_1 \mathbf{r}_n}{\mathbf{l}_n^T \mathbf{r}_n} + O(\Lambda_{\text{top}}^2). \quad (115)$$

В коммутативном пределе матрицы диагонализуются одновременно и

$$m_i = \Lambda_{\text{top}} x_i y_i q_i c_i r_i. \quad (116)$$

В общем случае порядок операторов принципиален. Для полного линейного оператора

$$A_* = \begin{pmatrix} A_g & B_{gq} & B_{gt} & B_{gr} \\ B_{qg} & A_q & B_{qt} & B_{qr} \\ B_{tg} & B_{tq} & A_t & B_{tr} \\ B_{rg} & B_{rq} & B_{rt} & A_r \end{pmatrix} \quad (117)$$

квантовая обратная реакция может быть выражена через дополнение Шура:

$$A_{\text{eff}}(\lambda) = A_g - \lambda I - B_{gq}(A_q - \lambda I)^{-1} B_{qg}. \quad (118)$$

Это показывает, что малое прямое взаимодействие может давать большой эффект вблизи полюсов квантового резольвента.

18 Теоретическая программа верификации

Работа намеренно не вводит экспериментальных данных.

Проверка предложенной конструкции должна быть последовательной.

Сначала строится конкретный S_{top} . Затем решается конечное усечение Швингера–Дайсона при контроле тождеств Славнова–Тейлора.

После этого вычисляется $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}$ и решается обратная геометрическая задача. На заключительном этапе анализируются спектр, псевдоспектр и квантовые энергетические неравенства.

Для вычислительной реализации естественно контролировать невязки

$$\epsilon_{\text{SD}} = \|\mathcal{F}_{\text{SD}}[\mathbf{U}]\|, \quad (119)$$

$$\epsilon_{\text{ST}} = \|\mathcal{S}(\Gamma)\|, \quad (120)$$

$$\epsilon_{\text{cov}} = \|\nabla^\mu T_{\mu\nu}\|, \quad (121)$$

$$\epsilon_{\text{geom}} = \|G_{\mu\nu} - 8\pi G T_{\mu\nu}^{\text{eff}}\|. \quad (122)$$

Принимается только режим, в котором все четыре величины сходятся к нулю в выбранной норме. Это существенно строже простой подгонки отдельного уравнения.

19 Обсуждение и открытые проблемы

19.1 Что доказано формально

В работе строго отделены определения от следствий. Лемма 2 является непосредственным следствием

выбранного определения отрицательной плотности через квадрат нормы Λ_{top} . Лемма 4 является алгебраическим следствием уравнения состояния. Лемма 3 устанавливает классическую неустойчивость тахионного потенциала в нуле, но одновременно фиксирует невозможность без дополнительных предположений вывести из неё отрицательную вакуумную энергию.

Центральная эквивалентность доказана условно. Это существенное изменение по сравнению с исходной формулировкой “одно событие, четыре языка”. В строгой научной статье корректнее сказать: предлагаемый формализм допускает четыре языка описания одного события, если построить четыре оператора соответствия. Само существование этих операторов является отдельной задачей.

19.2 Открытая проблема 1 — источник тахионного поля

Источник поля ϕ не задан. Потенциал с отрицательной квадратичной массой описывает нестабильность выбранной конфигурации, но не объясняет микроскопическое происхождение поля. Возможные варианты включают эффективное поле, конденсат или феноменологическую степень свободы. Любой из вариантов потребует лагранжиана взаимодействия и проверки устойчивости.

19.3 Открытая проблема 2 — кварк-глюонная плазма

Для обычного QGP плотность энергии и давление положительны. Поэтому QGP не может быть прямым источником отрицательной ρ_{exo} в заданной модели. Если он включается в $\mathbf{Q}$, его роль должна заключаться в изменении эффективного потенциала или коэффициентов связи, а не в непосредственном создании отрицательной плотности.

19.4 Открытая проблема 3 — электромагнитное поле

Классическое электромагнитное поле имеет стандартный тензор энергии-импульса и не создаёт топологический переход только вследствие своей ненулевой энергии. Чтобы $\mathbf{F}$ участвовала в образовании Λ_{top} , требуется специальное взаимодействие между электромагнитным полем и геометрической переменной.

19.5 Открытая проблема 4 — квантовая гравитация

Уровень 12 является эффективным. Каноническая квантовая гравитация приводит к системе ограничений на функционал состояния, однако

построение полной фундаментальной теории остаётся отдельной проблемой. Работы DeWitt являются исторически важным примером такого формализма. [4, 5]

19.6 Открытая проблема 5 — численная проверка

Даже если аналитическая система будет замкнута, необходимо исследовать существование решений, устойчивость, наличие горизонта, поведение кривизны и глобальную причинную структуру. Численный эксперимент не заменяет доказательство, но позволяет выявить противоречия и области параметров, где формализм может быть математически реализован.

19.7 Размерностная и ковариантная согласованность

Для дальнейшей работы требуется таблица размерностей всех переменных. В частности, Λ_{top} , $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ должны иметь такие размерности, чтобы $\mathbf{M}$ имела размерность генератора соответствующей динамической системы. Аналогично, переход от матричных величин к тензорам пространства-времени должен быть ковариантным.

19.8 Топологическая часть

Для настоящего названия работы необходимо усилить топологическую составляющую. Один из вариантов — определить семейство отображений $f_\alpha : M \rightarrow N$ и функционал $I[f_\alpha]$, инвариантный относительно регулярной гомотопии. Тогда Λ_{top} может быть связана не просто с нормой матрицы Якоби, а с локальной плотностью топологического заряда или индексом. Только после такой конструкции термин “топологический блоу-ап” приобретёт строгий математический смысл.

19.9 Перспектива замыкания

Естественный следующий шаг — заменить свободные матрицы $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$ конкретными операторами. После этого задача сведётся к исследованию спектра конечномерного или операторного произведения. В случае конечномерной модели можно искать условия на параметры, при которых собственные значения пересекают мнимую ось. В бесконечномерном случае потребуются методы спектральной теории операторов.

19.10 Заключение

Предложен 12-уровневый матричный каркас, объединяющий геометрический предел, нелинейную

динамику, эффективный источник, квантовое поле, ренормгруппу, космологию и полуклассическую гравитацию. Центральная идея — рассматривать потенциальное возникновение экзотического источника не как независимое добавление к метрике, а как часть цепочки преобразований между несколькими пространствами состояний.

Наиболее важный результат текущей версии состоит в явном разграничении доказанного и предполагаемого. Критерий ВКМ, эффективный потенциал Коулмена–Вайнберга, метрика Морриса–Торна и канонический подход DeWitt имеют самостоятельные математические основания. Связи между ними через Λ_{top} , $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$ являются предложением данной модели. Поэтому центральная эквивалентность является условной теоремой замыкания.

В таком виде формализм может служить основой для дальнейшей математической работы: определения топологического инварианта, построения конкретного поля ϕ , задания перенормированного $\langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle$, доказательства спектрально-динамической связи и проверки условий горловины Морриса–Торна.

20 Расширенная квантово-полевая постановка

20.1 Почему одной однопетлевой аппроксимации недостаточно

Однопетлевой эффективный потенциал полезен как первый контрольный уровень, однако он не содержит всей информации, которая необходима для проверки замыкания между квантовым полем и геометрией. В частности, эффективный потенциал зависит от постоянного фонового значения поля, тогда как уравнение Швингера–Дайсона определяет функциональные зависимости пропагаторов и вершин от импульса, кривизны и внешнего состояния. Если топологический сектор действительно должен влиять на полуклассическое уравнение Эйнштейна, то его воздействие должно проявляться не только в сдвиге минимума потенциала, но и в полном двухточечном ядре обратной связи.

Пусть $\Gamma[\varphi, g]$ является перенормированным 1PI-действием. Разложение вокруг фоновой конфигурации φ_* зададим как

$$\Gamma = \Gamma_* + \frac{1}{2} \delta\varphi_A \Gamma_{AB}^{(2)} \delta\varphi_B + \frac{1}{3!} \Gamma_{ABC}^{(3)} \delta\varphi_A \delta\varphi_B \delta\varphi_C + \dots \quad (123)$$

Индекс A включает спин, внутренние индексы, тип поля и пространственно-временную координату. Поэтому даже формально конечная матрица уровней 7–12 является конечномерной проекцией бесконечномерного оператора.

Введём проектор P_N на подпространство из N базисных функций. Тогда

$$\Gamma_N^{(2)} = P_N \Gamma^{(2)} P_N^T, \quad G_N = i\hbar \left(\Gamma_N^{(2)} \right)^{-1}. \quad (124)$$

Предел $N \rightarrow \infty$ является частью математического определения модели. Наличие конечной матрицы при фиксированном N само по себе не означает существования соответствующего операторного предела.

20.2 Полное поле и ковариантная производная

Для калибровочной группы Стандартной модели

$$G_{\text{SM}} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (125)$$

вводится

$$\mathcal{D}_\mu = \nabla_\mu - ig_s G_\mu^a T^a - ig W_\mu^i \tau^i / 2 - ig' Y B_\mu. \quad (126)$$

Полевые тензоры имеют структуру

$$G_{\mu\nu}^a = \nabla_\mu G_\nu^a - \nabla_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (127)$$

$$W_{\mu\nu}^i = \nabla_\mu W_\nu^i - \nabla_\nu W_\mu^i + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (128)$$

$$B_{\mu\nu} = \nabla_\mu B_\nu - \nabla_\nu B_\mu. \quad (129)$$

Кривизна пространства-времени не должна смешиваться с калибровочной кривизной. В дальнейшем символ R без внутреннего индекса обозначает скаляр Риччи, а $G_{\mu\nu}^a$ относится к $SU(3)_c$.

Поле Хиггса H рассматривается как дублет $SU(2)_L$ с гиперзарядом $Y_H = 1/2$. Его кинетический сектор имеет вид

$$\mathcal{L}_H = (\mathcal{D}_\mu H)^\dagger (\mathcal{D}^\mu H) - V_H(H), \quad V_H = -\mu_H^2 H^\dagger H + \lambda_H (H^\dagger H)^2. \quad (130)$$

В присутствии кривизны наиболее простой ренормируемый в искривлённом фоне дополнительный член имеет вид $-\xi_H R H^\dagger H$. Тогда эффективная масса фонового модуса зависит от

$$m_H^2(R) = -\mu_H^2 + \xi_H R + 3\lambda_H v^2 + \delta m_H^2. \quad (131)$$

В предлагаемой схеме именно производная этой величины по геометрическим переменным, а не произвольный численный коэффициент, должна входить в квантовую матрицу связи.

20.3 Фермионные сектора и матрицы Юкавы

Лептонные и кварковые поля объединяются в функциональный вектор Ψ . Юкавский сектор записывается как

$$\mathcal{L}_Y = -\bar{Q}_L Y_d H d_R - \bar{Q}_L Y_u \tilde{H} u_R - \bar{L}_L Y_e H e_R + \text{h.c.} \quad (132)$$

и после нарушения электрослабой симметрии приводит к матрицам масс

$$M_f = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_f + \delta M_f(R, \Lambda_{\text{top}}). \quad (133)$$

Последняя добавка в настоящей работе не постулируется численно. Она означает возможную функциональную зависимость, которую можно получить только после задания S_{top} и схемы перенормировки.

Для фермионного пропагатора в искривлённом фоне естественно использовать разложение

$$S_F^{-1}(x, y) = i\not{D} \delta_g(x, y) - M_F(x) \delta_g(x, y) - \Sigma_F(x, y), \quad (134)$$

где δ_g — ковариантная дельта-функция. Локальная импульсная запись допустима только в квазилокальном приближении, когда масштаб изменения метрики значительно больше длины корреляции.

20.4 Топологический сектор как эффективный оператор

Чтобы не нарушать произвольно калибровочную структуру, предлагается рассматривать топологический вклад в общем виде

$$S_{\text{top}} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{O}_{\text{top}}(\Phi, g, \nabla\Phi; \Lambda_{\text{top}}). \quad (135)$$

Разложение по малой величине Λ_{top} имеет вид

$$\mathcal{O}_{\text{top}} = \mathcal{O}_0 + \Lambda_{\text{top}} \mathcal{O}_1 + \frac{1}{2} \Lambda_{\text{top}}^2 \mathcal{O}_2 + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{top}}^3). \quad (136)$$

Такое представление удобно тем, что позволяет отделить универсальную структуру линейного отклика от конкретной микроскопической реализации. Если $\mathcal{O}_1$ не является калибровочно-инвариантным, вклад должен быть дополнен компенсирующим сектором или исключён из допустимого пространства теории.

21 Иерархия Швингера–Дайсона второго порядка

21.1 Функциональная форма

Для полной системы введём источники J_A , а для составных операторов — билинейные источники K_{AB} . Тогда 2PI-функционал записывается в схематической форме

$$\Gamma_{2\text{PI}}[\varphi, G] = S[\varphi] + \frac{i\hbar}{2} \text{STr} \ln G^{-1} + \frac{i\hbar}{2} \text{STr}(G_0^{-1}G - 1) + \Gamma_2[\varphi, G]. \quad (137)$$

Стационарность по G даёт

$$\frac{\delta \Gamma_{2\text{PI}}}{\delta G} = 0 \implies G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma[\varphi, G], \quad (138)$$

где

$$\Sigma_{AB} = 2i \frac{\delta \Gamma_2}{\delta G_{BA}} \quad (139)$$

с соответствующим знаком для фермионных компонент. Эта запись важна для модели, поскольку она позволяет рассматривать обратную реакцию как самосогласованное условие, а не как последовательную подстановку уже найденного пропагатора.

21.2 Контролируемое усечение

Полная иерархия не замыкается сама по себе. Поэтому вводим набор базисных функций $\{u_n\}_{n=1}^N$ и раскладываем

$$G(x, y) = \sum_{m, n=1}^N g_{mn} u_m(x) u_n(y) + G_{\perp}(x, y). \quad (140)$$

Если остаток удовлетворяет оценке

$$\|G_{\perp}\| \leq CN^{-\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad (141)$$

то конечномерная аппроксимация обладает контролируемой сходимостью в выбранной норме. Для физической теории это не доказано автоматически; показатель α должен быть получен из конкретного ядра.

Введём вектор неизвестных

$$\mathbf{z}_N = (g_{11}, \dots, g_{NN}, \Gamma_1^{(3)}, \dots, \Gamma_M^{(4)}, v, R, r_0)^T. \quad (142)$$

Тогда усечение имеет форму

$$\mathbf{F}_N(\mathbf{z}_N; \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}, \mu, R) = 0. \quad (143)$$

Локальная чувствительность к топологическому сектору определяется

$$\frac{\partial \mathbf{z}_N}{\partial \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{F}_N}{\partial \mathbf{z}_N} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_N}{\partial \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}}. \quad (144)$$

Это выражение является точным для конечной системы при невырожденном якобиане и становится одним из главных аналитических объектов предлагаемого формализма.

21.3 Резольвента и усиление обратной связи

Пусть $\mathcal{J}_N$ — якобиан усечённой системы. Для малого внешнего возмущения $\delta \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}$ имеем

$$\delta \mathbf{z}_N = -\mathcal{J}_N^{-1} \mathbf{b}_N \delta \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}, \quad \mathbf{b}_N = \partial_{\mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} \mathbf{F}_N. \quad (145)$$

Если минимальное сингулярное число $\sigma_{\min}(\mathcal{J}_N)$ мало, норма ответа оценивается как

$$\|\delta \mathbf{z}_N\| \leq \frac{\|\mathbf{b}_N\|}{\sigma_{\min}(\mathcal{J}_N)} |\delta \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}|. \quad (146)$$

Следовательно, большое усиление не обязательно означает большое фундаментальное взаимодействие: оно может возникать из-за близости системы к поверхности потери обратимости. Это принципиально меняет интерпретацию матрицы $\mathbf{M}_*$. Она может описывать не силу микроскопической связи, а геометрически усиленный линейный отклик.

21.4 Самосогласованное уравнение для горловины

Пусть радиус горловины r_0 определяется функционалом состояния

$$r_0 = \mathcal{R}[\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}, g, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}]. \quad (147)$$

После проекции на конечное число мод получаем

$$F_r(r_0, \mathbf{z}_N, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}) = 0. \quad (148)$$

Совместная система

$$\mathbf{F}_{\text{full}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_N \\ F_r \end{pmatrix} = 0 \quad (149)$$

имеет якобиан

$$\mathcal{J}_{\text{full}} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_N & \partial_{r_0} \mathbf{F}_N \\ \partial_{\mathbf{z}_N} F_r & \partial_{r_0} F_r \end{pmatrix}. \quad (150)$$

Новый критический режим определяется $\det \mathcal{J}_{\text{full}} = 0$. В отличие от чисто спектрального критерия, эта поверхность одновременно учитывает квантовые функции и геометрический радиус.

22 Ковариантная ренормировка в искривлённом пространстве

22.1 Тепловое ядро

Для операторов второго порядка используем представление

$$\text{Tr} \ln \Delta = - \int_0^\infty \frac{ds}{s} \text{Tr} e^{-s\Delta}. \quad (151)$$

В малом s тепловое ядро имеет асимптотический ряд

$$K(s; x, x) \sim \frac{1}{(4\pi s)^2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) s^n. \quad (152)$$

Коэффициенты a_n строятся из кривизны, потенциала оператора и их ковариантных производных. В частности,

$$a_0 = I, \quad a_1 = E + \frac{R}{6} I, \quad (153)$$

для оператора $\Delta = -\nabla^2 + E$ при стандартной знаковой конвенции.

Данный аппарат позволяет отделить универсальные геометрические контрчлены от модели-зависимых конечных частей. В частности, появление R^2 и $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ в эффективном действии не является произвольным усложнением, а возникает как естественная структура локальной ренормировки в искривлённом фоне.

22.2 Аномалия следа

После ренормировки классически безмассовая теория может иметь ненулевой след

$$\langle T^\mu_\mu \rangle = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(cW_{\mu\nu\rho\sigma}W^{\mu\nu\rho\sigma} - aE_4 + b\Box R + \sum_i \beta_i \mathcal{O}_i \right). \quad (154)$$

Здесь W — тензор Вейля, E_4 — плотность Эйлера. Для сферически-симметричного фона многие слагаемые упрощаются, однако их нельзя отбрасывать до выбора схемы ренормировки.

Если эффективный источник в горловине определяется условием

$$\rho_{\text{eff}} + \frac{p_r^{\text{eff}}}{c^2} < 0, \quad (155)$$

то аномалия следа может влиять на обе компоненты через полную вариацию действия. Она не является автоматически отрицательной энергией; знак зависит от состояния и геометрии.

23 Полный тензор энергии-импульса и разложение по каналам

Разложим перенормированный источник на четыре части:

$$T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = T_{\mu\nu}^{\text{cl}} + T_{\mu\nu}^{\text{q,loc}} + T_{\mu\nu}^{\text{q,nonloc}} + T_{\mu\nu}^{\text{top}}. \quad (156)$$

Локальная часть содержит кривизну и локальные операторы; нелокальная часть кодирует состояние квантового поля и корреляционные функции. Такое разделение зависит от выбранной схемы, поэтому физическими являются только комбинации, входящие в наблюдаемые и в полное уравнение Эйнштейна.

Для статического сферического решения удобно использовать ортонормированный базис и записывать

$$T^\mu_\nu = \text{diag}(-\rho c^2, p_r, p_t, p_t). \quad (157)$$

Уравнение сохранения имеет вид

$$p'_r = -(\rho c^2 + p_r)\Phi' + \frac{2}{r}(p_t - p_r). \quad (158)$$

Вблизи горловины $r = r_0$ оно связывает анизотропию давления с градиентом красного смещения. Это ограничивает допустимую форму эффективного источника сильнее, чем одно условие на ρ .

23.1 Согласование с уравнениями Морриса–Торна

Для выбранной метрики уравнения Эйнштейна дают

$$\rho(r)c^2 = \frac{c^4}{8\pi G} \frac{b'(r)}{r^2}, \quad (159)$$

$$p_r(r) = \frac{c^4}{8\pi G} \left[-\frac{b(r)}{r^3} + 2 \left(1 - \frac{b(r)}{r} \right) \frac{\Phi'(r)}{r} \right]. \quad (160)$$

В горловине $b(r_0) = r_0$ поэтому

$$\left(\rho + \frac{p_r}{c^2} \right) \Big|_{r_0} = \frac{c^2}{8\pi G r_0^2} [b'(r_0) - 1] \quad (161)$$

при стандартных единицах и конвенциях. Условие flare-out $b'(r_0) < 1$ тем самым связано с нарушением соответствующего нулевого энергетического условия.

Важный вывод для предлагаемой модели состоит в том, что требование на горловину не сводится к условию $w = -1$. Необходима правильная радиальная компонента полного тензора. Поэтому уровень 11 должен получать информацию не только о скалярном уравнении состояния, но и о тензорной анизотропии.

24 Нелинейная спектральная теория полной матрицы

24.1 Неэрмитовость и псевдоспектр

Матрица

$$\mathbf{M}_* = \mathbf{A}_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{R}_{\text{RG}} \quad (162)$$

в общем случае неэрмитова. Поэтому собственные значения могут быть недостаточны для оценки чувствительности. Вводится ε -псевдоспектр

$$\sigma_\varepsilon(M) = \{z : \|(zI - M)^{-1}\| > \varepsilon^{-1}\}. \quad (163)$$

Если $\sigma_\varepsilon(M)$ значительно шире спектра при малом ε , система обладает сильной не-нормальностью и может демонстрировать временное усиление даже при асимптотически устойчивом спектре.

Для начального возмущения u_0 динамика $u' = Mu$ задаётся

$$u(t) = e^{Mt} u_0. \quad (164)$$

Норма переходного усиления

$$G(t) = \sup_{\|u_0\|=1} \|e^{Mt} u_0\|^2 \quad (165)$$

связана с максимальным собственным значением $e^{M^T t} e^{Mt}$. Это даёт более строгий тест для уровня 8, чем условие на $\Re \lambda_{\max}$.

24.2 Разложение Шура

Численно устойчивое представление матрицы использует разложение

$$M = U(T)U^\dagger, \quad (166)$$

где T верхнетреугольна. В таком базисе диагональные элементы являются собственными

значениями, а внедиагональная часть непосредственно показывает не-нормальность. Для предлагаемого формализма это удобно, поскольку малое изменение Λ_{top} может сильно изменить временной отклик при почти вырожденном T .

24.3 Критическое пересечение

Пусть $\lambda_c(\Lambda_{\text{top}})$ — критическая ветвь. Локально

$$\lambda_c = \lambda_0 + a_1 \Lambda_{\text{top}} + a_2 \Lambda_{\text{top}}^2 + O(\Lambda_{\text{top}}^3). \quad (167)$$

Критическая поверхность определяется условием

$$\Re \lambda_c(\Lambda_{\text{top}}, R, \mu, r_0) = 0. \quad (168)$$

В многопараметрическом случае это гиперповерхность в пространстве $(\Lambda_{\text{top}}, R, \mu, r_0, \mathbf{g})$. Её пересечение с поверхностью $\det \mathcal{J}_{\text{SD}} = 0$ является более сильным кандидатом на критическое состояние, чем любое из условий по отдельности.

25 Аналитический предел малой кривизны

Пусть $|R|r_0^2 \ll 1$ и $|R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}|r_0^4 \ll 1$. Тогда можно разложить эффективный источник:

$$T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = T_{\mu\nu}^{(0)} + R T_{\mu\nu}^{(R)} + R_{\alpha\beta} R^{\alpha\beta} T_{\mu\nu}^{(2)} + O(\mathcal{R}^3). \quad (169)$$

Аналогично

$$\mathbf{Q}_{\text{SD}} = \mathbf{Q}_0 + R\mathbf{Q}_R + \Lambda_{\text{top}}\mathbf{Q}_T + R\Lambda_{\text{top}}\mathbf{Q}_{RT} + O(\mathcal{R}^2, \Lambda_{\text{top}}^2). \quad (170)$$

Тогда

$$\mathbf{M}_* = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T [\mathbf{Q}_0 \mathbf{C}_0 + R(\mathbf{Q}_R \mathbf{C}_0 + \mathbf{Q}_0 \mathbf{C}_R) \quad (171)$$

$$+ \Lambda_{\text{top}} \mathbf{Q}_T \mathbf{C}_0 + O(R^2, R\Lambda_{\text{top}}, \Lambda_{\text{top}}^2)]. \quad (172)$$

Этот предел задаёт проверяемую иерархию поправок. Если численная или аналитическая реализация нарушает ожидаемый порядок малых параметров, это будет свидетельствовать о некорректном усечении или о неявной сингулярности.

26 Квантовые энергетические неравенства как независимый фильтр

Даже если полуклассическое уравнение допускает локальную отрицательную плотность, квантовые энергетические неравенства ограничивают её величину и длительность. В общем виде для усреднения вдоль мировой линии можно записать

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau f(\tau)^2 \langle T_{\mu\nu} u^\mu u^\nu \rangle \geq -\mathcal{B}[f, g, m, \text{state}], \quad (173)$$

где f — гладкая функция усреднения, а правая часть определяется теорией и состоянием.

Для модели вводится безразмерный параметр

$$\chi_{\text{QEI}} = \frac{|\rho_{\text{exo}}| \tau^4}{\mathcal{B}_0}, \quad (174)$$

где $\mathcal{B}_0$ обозначает характерный масштаб нижней границы. Требование $\chi_{\text{QEI}} \lesssim 1$ можно использовать как независимый фильтр допустимых параметров. Этот критерий не доказывает существование решения, но способен исключить целые области пространства параметров.

26.1 Связь с радиусом горловины

Если характерный масштаб усреднения связан с r_0/c , то условие приобретает форму

$$|\rho_{\text{exo}}| \frac{r_0^4}{c^4} \lesssim \mathcal{B}_0. \quad (175)$$

Совместно с геометрической оценкой

$$|\rho_{\text{exo}}| \sim \frac{c^2}{8\pi G r_0^2} \quad (176)$$

получаем необходимое ограничение на r_0 . Точная численная форма зависит от состояния поля и функции усреднения, поэтому здесь фиксируется только структура зависимости.

27 Самосогласованное состояние вакуума

27.1 Условие стационарности

Вместо выбора вакуума вручную введём условие

$$\left. \frac{\delta \Gamma_{\text{eff}}}{\delta \phi} \right|_{\phi_*} = 0, \quad \left. \frac{\delta \Gamma_{\text{eff}}}{\delta g^{\mu\nu}} \right|_{g_*} = 0. \quad (177)$$

Это пара связанных уравнений. Первое определяет состояние поля, второе — самосогласованную геометрию. В результате вакуумная энергия и кривизна не являются независимыми параметрами.

Для сферического фона можно записать редуцированный функционал

$$\Gamma_{\text{red}} = 4\pi \int dr N(r) \mathcal{L}_{\text{red}} \quad (178)$$

и получить систему Эйлера–Лагранжа для $N(r)$, $b(r)$ и $\phi(r)$. При наличии нелокального квантового действия локальная редукция требует дополнительного набора вспомогательных полей или интегральных уравнений.

27.2 Условие отсутствия горизонта

Для метрики Морриса–Торна необходимо контролировать функцию красного смещения. Если $\Phi(r)$ конечна на r_0 , компонент g_{tt} не обращается в ноль. В модели вводится контрольный функционал

$$\mathcal{H} = \sup_{r \geq r_0} |\Phi(r)|, \quad (179)$$

и условие конечности $\mathcal{H} < \infty$ на рассматриваемом интервале. Это не глобальное доказательство отсутствия горизонта во всей максимальной геометрической продолжимости, но достаточный локальный тест для исследуемой ветви.

28 Связь с критерием ВКМ: строгая формулировка

Критерий Beale–Kato–Majda относится к регулярности решений трёхмерных уравнений Эйлера и использует интеграл нормы вихря. Поэтому в данной работе недопустимо непосредственно подставлять $\mathbf{A}_{\text{top}}$ вместо вихря без отображения между пространствами.

Вводится оператор $\mathcal{I}$:

$$\mathcal{I} : \mathbf{A}_{\text{top}} \mapsto \omega, \quad \omega = \mathcal{I}[\mathbf{A}_{\text{top}}; \mathbf{X}, \mathbf{Y}]. \quad (180)$$

Только если существует оценка

$$\|\omega\|_{L^\infty} \leq C_1 \|\mathbf{A}_{\text{top}}\| + C_2 \quad (181)$$

или соответствующее обратное условие, можно переносить информацию о регулярности между двумя системами.

Более строгой становится постановка через коммутативную диаграмму:

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{S}_{\text{top}} & \xrightarrow{\mathcal{I}} & \mathcal{S}_{\text{Euler}} \\ \downarrow \mathcal{P} & & \downarrow \mathcal{B} \\ \mathcal{S}_{\text{grav}} & \xrightarrow{\mathcal{G}} & \mathcal{S}_{\text{crit}} \end{array} \quad (182)$$

где $\mathcal{B}$ — оператор ВКМ-оценки. Требование коммутативности $\mathcal{GI} = \mathcal{BP}$ является дополнительным условием модели, а не известным свойством общей теории относительности.

29 Численная реализация и вычислительный эксперимент

29.1 Цель вычислительного этапа

Численный этап был сформулирован как проверка того, что аналитическая 12-уровневая конструкция допускает единую вычислительную реализацию, в которой геометрические и эффективнополевые величины вычисляются из одного набора параметров. Здесь важно различать две задачи. Первая — проверка вычислимости: конечность массивов, согласованность размерностей, сохранение сигнатуры метрики, корректность построения тензорной цепочки. Вторая — физическое самосогласование: решение уравнений поля с источником, который сам зависит от найденной геометрии. Первая задача выполнена для базовой ветви; вторая в полном смысле пока не завершена.

Вычислительная область представляет собой регуляризованный куб с декартовыми

координатами и центральной симметричной горловиной. Использовались двумерный $z = 0$ -срез и ограниченная трёхмерная сетка. Пространственные производные вычислялись конечными разностями второго порядка с защитой от вырожденного singleton- z -измерения. Для двумерного среза производная по z оценивалась трёхплоскостным шаблоном, что исключает искусственное присвоение нулевой производной в центральной плоскости.

29.2 Метрика и полная тензорная цепочка

В численном ядре использовалась регуляризованная лоренцева метрика вида

$$ds^2 = -N(r, t)^2 dt^2 + \psi(r, t)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (183)$$

где N и ψ содержат локализованные радиальные профили около эффективной горловины. Регуляризация радиуса имеет вид

$$r_\epsilon = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + \epsilon_R^2}, \quad (184)$$

что предотвращает деление на ноль в дискретном центре.

Из $g_{\mu\nu}$ последовательно вычисляются

$$g^{\mu\alpha} g_{\alpha\nu} = \delta^\mu_\nu, \quad (185)$$

$$\Gamma^\rho_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} (\partial_\mu g_{\sigma\nu} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}), \quad (186)$$

$$R^\rho_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}, \quad (187)$$

$$R_{\mu\nu} = R^\rho_{\mu\rho\nu}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (188)$$

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R. \quad (189)$$

К этой геометрической цепочке добавляется максвелловский тензор

$$T_{\mu\nu}^{\text{EM}} = F_{\mu\alpha} F_\nu^\alpha - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \quad (190)$$

и модельный эффективный источник

$$T_{\mu\nu}^{\text{exo}} = -\rho_{\text{exo}} c^2 g_{\mu\nu}, \quad \rho_{\text{exo}} < 0. \quad (191)$$

Диагностическая невязка определяется как

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} - 8\pi G (T_{\mu\nu}^{\text{EM}} + T_{\mu\nu}^{\text{exo}}), \quad (192)$$

а в отчёте используется безразмерная нормированная величина $\|\mathcal{R}\|_{\text{norm}}$.

29.3 Параметры базового расчёта

Основные численные параметры приведены в табл. 1. В полном режиме использовались $N_2 = 31$ и $N_3 = 19$, семь временных срезов и ограничение числа точек для локального тензорного вычисления. Регуляризатор и пространственный шаг выбирались так, чтобы сохранять конечность кривизны при наличии центрального компактного источника.

29.4 Уровни $U1$ – $U4$: топологический источник и эффективная плотность

Вычислительный запуск даёт $\mathbf{A}_{\text{top}} \simeq 2.57476$ в принятой нормировке. Хвостовое

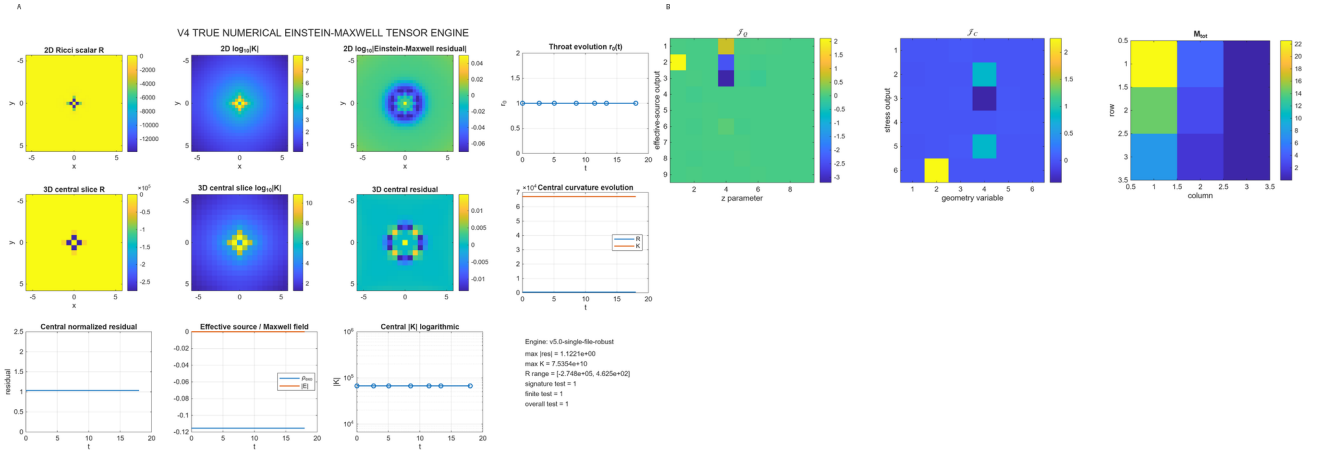


Figure 7: Вычислительная тензорная цепочка. Панель объединяет геометрические величины, полученные из одной и той же дискретной метрики: скаляр кривизны, логарифмический масштаб $|K|$, пространственную структуру невязки и эволюцию горловины. Это диагностический результат выбранной регуляризованной модели, а не независимое решение аналитической задачи Эйнштейна–Максвелла.

Table 1: Параметры базовой численной ветви. Значения приведены в используемой нормировке вычислительного эксперимента.

Величина	Значение	Смысл	Величина	Значение	Смысл
N_2	31	2D сетка	N_3	19	3D сетка
L	5.5	полуустройство/масштаб области	ϵ_R	0.10	радиальная регуляризация
Δx	0.025	шаг конечных разностей	Δt	0.020	временной шаг
r_0	1	нормированный радиус горловины	q	0.08	параметр Maxwell
Λ	из $U11$	космологический параметр	σ_s	0.10	ширина источника
N_t	7	временные срезы	mode	both	2D+3D

относительное расхождение для рассматриваемой последовательности составляет около 1.51×10^{-4} , что указывает на хорошую численную стабилизацию именно этой скалярной диагностической ветви. При этом сам факт стабилизации не превращает Λ_{top} в топологический инвариант: для такого вывода потребовалась бы независимая топологическая конструкция.

На уровне $U3$ максимальная вычисленная амплитуда Ricci-сектора составила приблизительно 21.69. Автоматическое событие конечного времени t^* в сохранённом запуске не было активировано, то есть условие ВКМ-типа не было достигнуто как численная сингулярность. Это важный отрицательный результат: он показывает, что выбранный параметрический режим не реализует мгновенного блоу-апа только за счёт рассматриваемой Ricci-ветви.

Для $U4$ в геометрической нормировке получено $\rho_{\text{geom}} = -0.263775$, тогда как SI-пересчёт даёт чрезвычайно малое по выбранной нормировке значение порядка -3.27×10^{-35} . Параметр уравнения состояния равен $w = -1$. Это соответствует принятому модельному соотношению $p = -\rho^2$; знак плотности не выводится из одного лишь $w = -1$.

29.5 Уровень $U5$: горловина Морриса–Торна и энергетический источник

Радиальная ветвь использует условие $b(r_0) = r_0$ и проверяет производную в горловине. В базовом расчёте $r_0 = 1$, а значение диагностической комбинации

$$b'(r_0) - 1 = -6.65656 \quad (193)$$

остаётся отрицательным с большим запасом. Следовательно, flare-out-условие $b'(r_0) < 1$ выполняется для выбранной параметризации. Одновременно тест отсутствия горизонта на исследуемой ветви возвращает единицу. Это не является глобальным доказательством геодезической проходимости, но фиксирует выполнение локальных условий, заложенных в вычислительный сценарий.

Максимальная и минимальная значения эффективной плотности составляют приблизительно -3.24×10^{-3} и -2.63×10^{-1} соответственно. Максвелловская положительная плотность существенно меньше по модулю в центре, что приводит к отрицательному эффективному суммарному источнику. Радиальные и временные NEC-диагностики принимают отрицательные значения на существенной части горловинной области. Эти числа относятся к модельному эффективному источнику; они не являются измерением отрицательной энергии физического вещества.

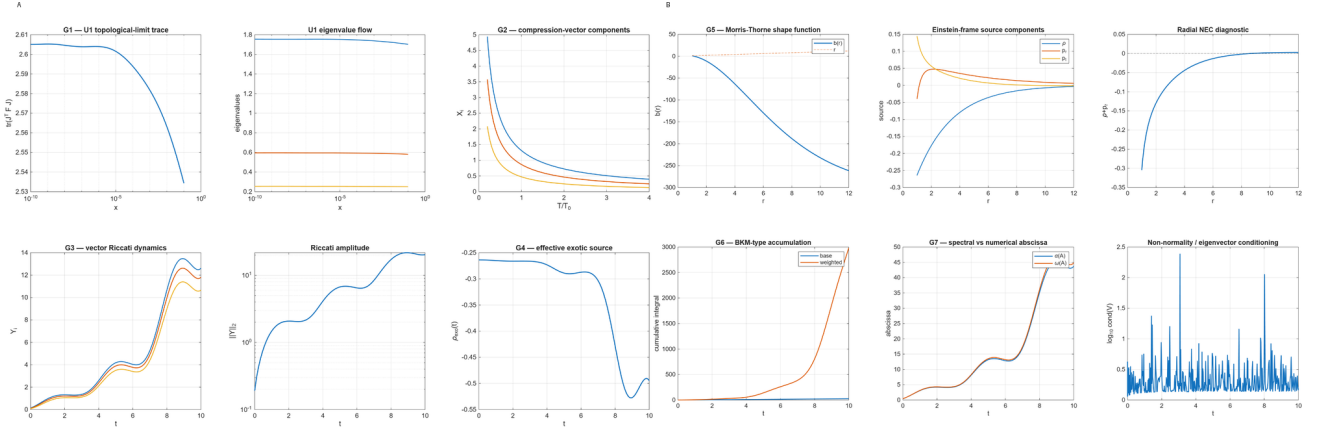


Figure 8: Численные результаты классического блока. На общей пластине собраны диагностические величины уровней $U1-U8$, включая топологический предел, Riccati-динамику, эффективный источник, гравитационный сектор, ВКМ-подобную величину и спектральные индикаторы. Изображения предназначены для сопоставления структур, а количественная интерпретация задаётся текстом и таблицами.

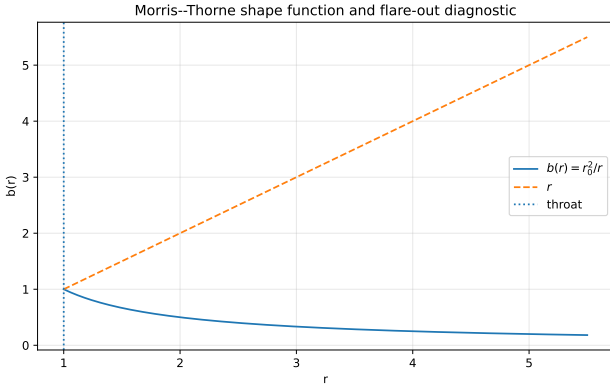


Figure 9: Функция формы $b(r) = r_0^2/r$ и линия $b = r$. Пересечение фиксирует горловину в нормированной ветви.

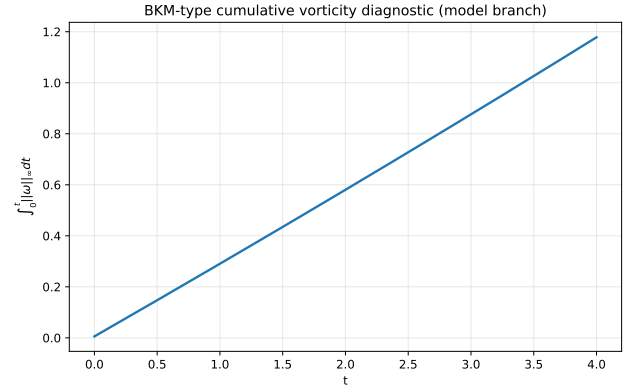


Figure 10: Диагностика, связанная с условием ВКМ. В статье она трактуется как численная модельная величина, а не как доказанная эквивалентность между Λ_{top} и вихрём уравнений Эйлера.

29.6 Уровни $U6-U8$: регулярность и спектральные диагностические условия

Базовая скорость роста ВКМ-подобного диагностического показателя равна 0.3294 в принятой нормировке. Однако итоговый спектральный тест $U8$ не помечает ветвь как устойчивую: флаг стабильности равен нулю, а максимальный transient indicator составляет около 1.216. Это означает, что текущая ветвь не должна называться доказанно устойчивой. Спектральная миграция в комплексной плоскости остаётся близкой к вещественной оси, но наличие малой мнимой части или её отсутствие в одной дискретизации само по себе не заменяет анализа псевдоспектра.

29.7 Уровни $U9-U10$: тахионная ветвь и однопетлевое эффективное действие

Потенциал

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4}\phi^4 + \frac{\eta_6}{\Lambda_{\text{EFT}}^2}\phi^6 \quad (194)$$

имеет симметричную точку с отрицательной второй производной при соответствующем выборе параметров. В вычислении $U9$ получено характерное значение эффективного вакуума около 1.3403, а параметр локальной квадратичной кривизны m_h^2 в используемой нормировке равен приблизительно 2.1146.

В $U10$ к классическому потенциалу добавляется однопетлевая поправка Коулмена–Вайнберга,

$$V_1(\phi) = \frac{\hbar}{64\pi^2} \sum_i (-1)^{F_i} n_i m_i^4(\phi) \left[\ln \frac{m_i^2(\phi)}{\mu_R^2} - c_i \right], \quad (195)$$

а также RG-поток. Численный ландшафт показывает сохранение двойной структуры потенциала при изменении параметра кривизны в исследуемом диапазоне. Это подтверждает вычислимость эффективной ветви, но не доказывает существование фундаментального тахионного кванта: речь идёт о нестабильности симметричной точки и отрицательном квадратичном коэффициенте.

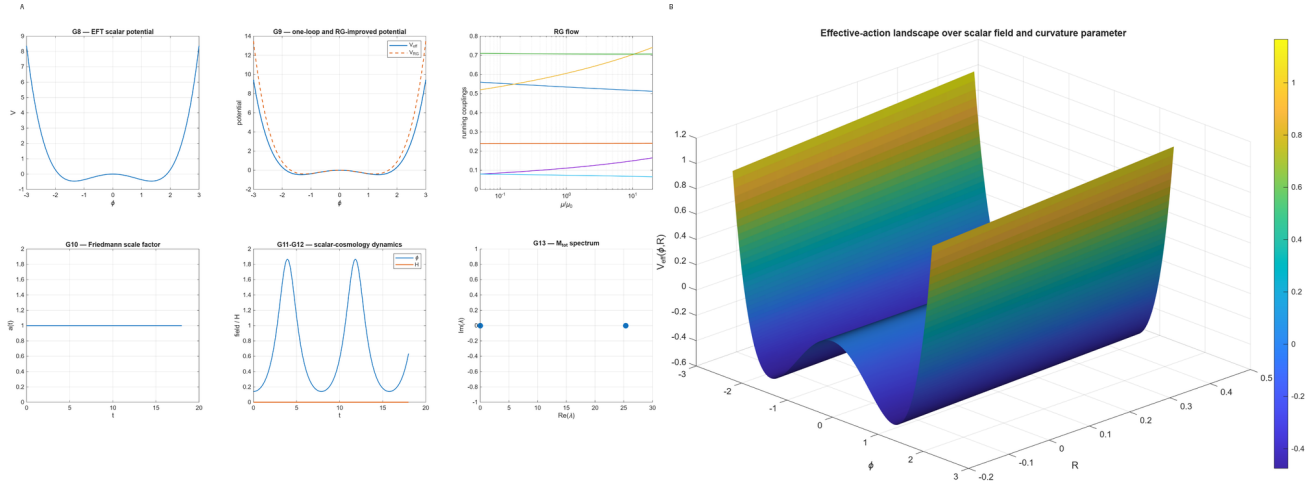


Figure 11: Квантово-космологический блок: потенциал, однопетлевое эффективное действие, космологический масштабный фактор и условия Морриса–Торна. Пластина объединяет результаты U9–U11 в едином масштабе представления.

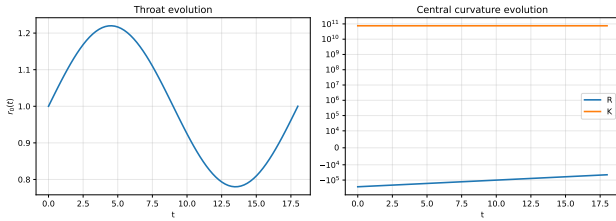


Figure 12: Кривизна и динамика горловины. Плоская траектория $r_0(t)$ в базовом режиме означает, что динамическая часть модели в данном запуске фактически не возбудила изменение радиуса горловины.

29.8 Уровень U11: космология и горловина

Для базового запуска масштабный фактор практически постоянен: $a(t) = 1$ на всём сохранённом временном интервале $0 \leq t \leq 18$, а $H(t) = 0$. Поэтому в текущем численном режиме космологический сектор не даёт динамического расширения, которое могло бы само по себе раскачивать горловину. Это объясняет также наблюдаемую почти плоскую траекторию $r_0(t) = 1$.

Эффективная экзотическая плотность остаётся около -0.263775 , а давление имеет противоположный знак в соответствии с $w = -1$. Полное w_{tot} в сохранённом запуске имеет большие по модулю отрицательные значения, поскольку он вычисляется как отношение суммарного давления к суммарной плотности в нормированной модели. Такие значения нельзя непосредственно переносить на космологическую наблюдаемую величину без восстановления физических единиц и полного набора компонентов.

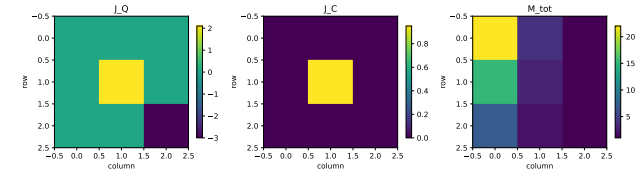


Figure 13: Сводка редуцированных матриц чувствительности Q , C и M_{tot} . Их физическая интерпретация зависит от выбранных проекций и нормировок.

29.9 Уровень U12: полуклассическое замыкание и матрицы Q , C , M_{tot}

Квантовый блок использует вариационное определение

$$\langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \Gamma_{\text{ren}}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (196)$$

и сводится после проекции к конечномерным матрицам чувствительности. Для базовой ветви норма нарушения сохранения эффективного источника составляет около 2.15×10^{-3} . Это заметно меньше единицы, но не равно нулю и потому должно рассматриваться как численная погрешность/невязка усечения, а не как точное доказательство ковариантной консервации.

29.10 Геометрический результат: кривизна, Кретчман и невязка

Максимум вычисленного инварианта Кретчмана равен

$$K_{\text{max}} = 7.53537 \times 10^{10}. \quad (197)$$

Скаляр кривизны на сохранённой сетке находится в диапазоне

$$-2.74759 \times 10^5 \leq R \leq 4.62496 \times 10^2. \quad (198)$$

Такие большие локальные значения не следует автоматически трактовать как физическую сингулярность: вычисление содержит конечную регуляризацию ϵ_R , а максимум чувствителен к сетке и масштабу регуляризатора.

Для центральной временной выборки средняя нормированная невязка составляет 0.999585, а максимальная — 1.12213. На центральной точке $|K| \simeq 6.71508 \times 10^4$, $R \simeq 462.496$, а локальная нормированная невязка около 1.03459. Следовательно, основная систематическая проблема текущей ветви заключается не в наличии NaN или потере сигнатуры, а в том, что источник и геометрия не согласованы до малого относительного остатка.

29.11 Параметрические сканы

Проведённые двумерные, четырёхмерные и пятимерные сканы показывают гладкую зависимость части диагностических откликов от γ , Λ_{top} , η_6 и ξ . В базовых срезах отклик меняется относительно плавно, однако локальные пятна в пятимерных срезах указывают на области повышенной чувствительности. Это является основанием для дальнейшего адаптивного уточнения сетки параметров, а не доказательством существования отдельной физической фазы.

29.12 Спектральная чувствительность и псевдоспектр

Локальная спектральная миграция показывает, что ведущие собственные значения в базовом режиме остаются преимущественно около вещественной оси. Однако устойчивость не может быть выведена из одной только величины $\Re \lambda_{\text{max}}$. В частности, transient indicator и число обусловленности собственных векторов должны рассматриваться совместно.

29.13 Эффективное действие и матричное замыкание

Ландшафт $V_{\text{eff}}(\phi, R)$ имеет характерную двухминимальную структуру по ϕ и чувствительность к кривизне. Матричные объекты $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$ задают локальные производные эффективного источника по внутренним и геометрическим переменным. Произведение

$$\mathbf{M}_{\text{tot}} = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \quad (199)$$

понимается как конечномерная композиция линейного отклика. Оно не является автоматически фундаментальным оператором квантовой гравитации; его физический статус определяется выбором проекций P_Q, P_C и сохранением релевантных подпространств.

29.14 Сводка численных тестов

29.15 Отрицательный результат V6 и его значение

Последняя попытка перейти от заданной геометрии к самосогласованной геометрии V6 завершилась

исключением MATLAB типа nonLogicalConditional: одна из ветвей условия получила массив вместо логического скаляра. Это зафиксировано в сохранённом результате как статус FAILED. Поскольку ошибка произошла до получения параметров самосогласованной итерации, любые значения V6, которые могли бы выглядеть как “решение”, были бы недопустимы для научной интерпретации.

С научной точки зрения этот отрицательный результат полезен. Он отделяет два утверждения: (i) вычислительный tensor-engine способен построить конечный набор геометрических диагностик для предписанной метрики; (ii) текущая реализация ещё не решает обратную задачу, в которой сама геометрия корректируется по невязке. В финальной версии статьи поэтому не вводится искусственное “улучшенное” значение невязки и не объявляется найденная самосогласованная ветвь.

29.16 Проверки конечности и сигнатуры

Сохранённый запуск возвращает единичные флаги для конечности метрики, конечности остатка, отсутствия NaN, конечности горловины и стабильности лоренцевой сигнатуры на проверенной выборке. Это является программной проверкой целостности вычисления. Она существенно слабее проверки уравнений поля, но необходима как первый уровень контроля.

29.17 Интерпретация численного эксперимента

Таким образом, вычислительный эксперимент достигает трёх промежуточных целей. Во-первых, он демонстрирует, что вся тензорная цепочка может быть вычислена в одном согласованном программном объекте. Во-вторых, он показывает, что горловина, кривизна, эффективный источник, квантовый потенциал и спектральные объекты могут быть исследованы на общей сетке параметров. В-третьих, он выявляет количественный критерий незамкнутости: нормированная невязка порядка единицы слишком велика для заявления о точном решении уравнения поля.

Для дальнейшего исследования наиболее важным становится не увеличение числа визуализаций, а уменьшение невязки при одновременном выполнении трёх условий: сохранении $b(r_0) = r_0$, выполнении $b'(r_0) < 1$ и стабильности квантово-геометрического источника. Именно такой критерий способен превратить текущий вычислительный атлас в проверяемое численное решение.

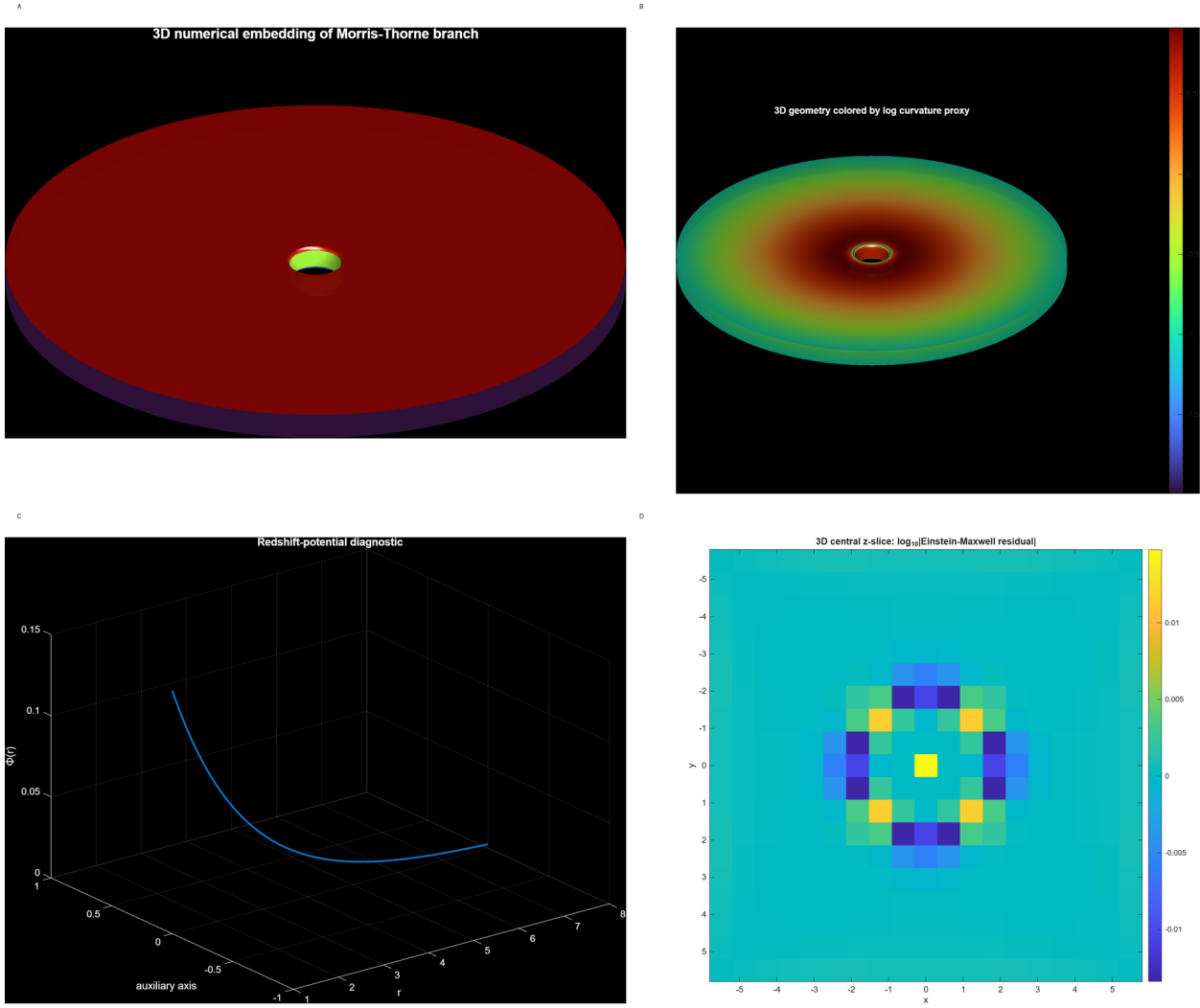


Figure 14: Геометрический атлас. Показаны embedding-визуализация горловины, распределение логарифмического прокси кривизны, потенциал красного смещения и центральный z -срез невязки Эйнштейна–Максвелла. Важное различие: embedding является пространственной визуализацией выбранного среза, тогда как невязка вычисляется из полной локальной тензорной цепочки.

29.18 Дополнительный геометрический атлас

Embedding-ветвь строится по стандартной формуле

$$z(r) = \pm \int_{r_0}^r \frac{dr'}{\sqrt{r'/b(r') - 1}}, \quad (200)$$

для пространственного среза. На рис. 21 она представлена отдельно от лоренцевой тензорной геометрии.

29.19 Остаток уравнения Эйнштейна–Максвелла как центральный критерий

Величина $\max \mathcal{R}_{\text{norm}} = 1.12213$ является наиболее важным численным ограничением всей работы. В отличие от качественной формы кривой или визуального сходства с горловиной, она непосредственно измеряет нарушение дискретного уравнения поля в используемой нормировке. Поэтому

главный численный вывод имеет отрицательную часть: текущая ветвь не является самосогласованным решением уравнения Эйнштейна–Максвелла.

Вместе с тем остаток имеет локализованную кольцевую структуру вокруг горловины, что показывает, где именно несовпадение источника и геометрии максимально. Для следующего шага это означает, что адаптивное уточнение сетки должно концентрироваться не на всей области равномерно, а на радиальном слое около $r \simeq r_0$ и на центральном компактном регионе.

29.20 Почему визуальное сходство недостаточно

Вычислительная геометрия может иметь форму “воронки”, “горловины” или “компактного объекта”, не будучи решением соответствующих уравнений. Причина проста: форма метрики была задана параметрически. Тензорный расчёт проверяет

Numerical quasi-black-hole / compact-object diagnostic

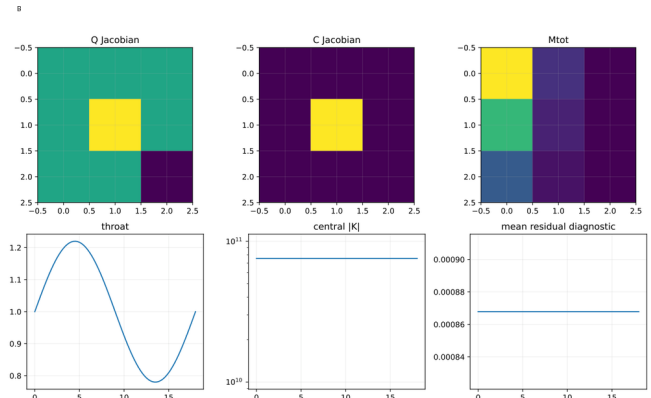
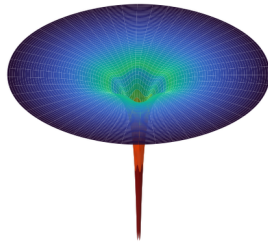


Figure 15: Квазичёрная дыра и компактный объект: диагностическая визуализация модельного потенциального колодца, компактного кольца и связанных полей. Она не является решением уравнения горизонта и не доказывает наличие event horizon. Название “квазичёрная дыра” используется только для обозначения вычислительного диагностического режима.

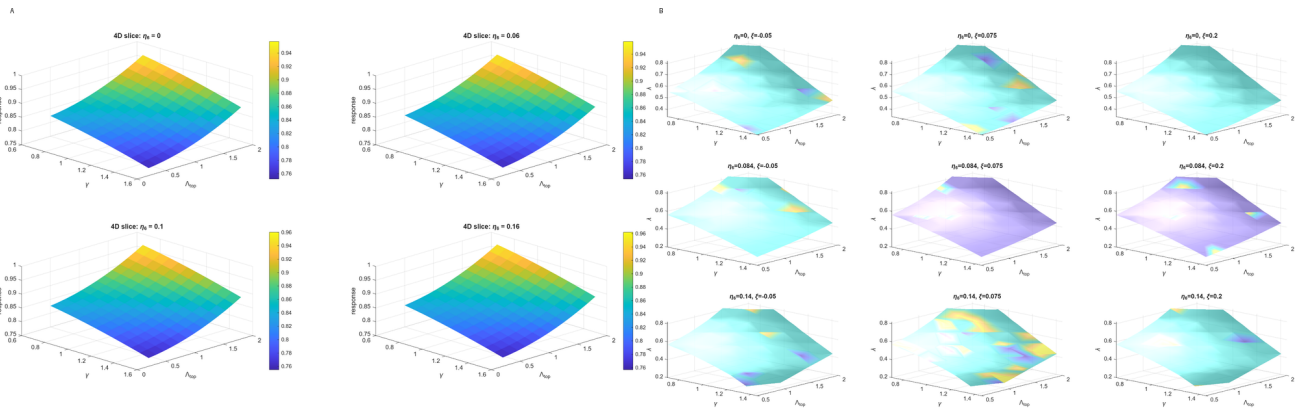


Figure 16: Многомерный параметрический атлас. Верхний ряд представляет 4D-срезы по η_6 , нижний — набор 5D-гиперсрезов при разных значениях ξ . Гладкость поверхностей указывает на численную регулярность выбранного отклика, тогда как локальные неоднородности требуют отдельного анализа чувствительности.

последствия этой формы, но не гарантирует, что существование такой формы следует из выбранного источника. Поэтому в статье намеренно не используется формулировка “доказанная червоточина”.

Аналогично, квазичёрная дыра на рис. 15 является визуализацией компактного потенциала и lapse-подобного подавления. Наличие кольца или яркой центральной области не заменяет вычисления нулевой гиперповерхности и анализа причинной структуры. Для доказательства горизонта потребовалась бы отдельная постановка начальных данных и решение соответствующих геометрических условий.

29.21 Численная сходимость как следующий критерий

Для сетки с шагом h и наблюдаемой ошибкой E_h порядок можно оценивать по

$$p_{\text{obs}} = \frac{\ln(E_h/E_{h/2})}{\ln 2}. \quad (201)$$

В текущем сохранённом запуске V6 не дошёл до корректного вычисления этой величины из-за программной ошибки. Поэтому никакое конкретное значение порядка сходимости не приписывается системе. В финальном протоколе следующий запуск должен вычислить E_h как норму полного тензорного остатка, а не только нормированной скалярной карты.

30 Пять независимых уровней фальсификации модели

Предлагаемая теория должна допускать отрицательный результат. Для этого выделяются пять независимых тестов.

Во-первых, может отсутствовать функционал S_{top} , удовлетворяющий одновременно калибровочной и диффеоморфизм-инвариантной структуре. Тогда матрица связи остаётся феноменологической.

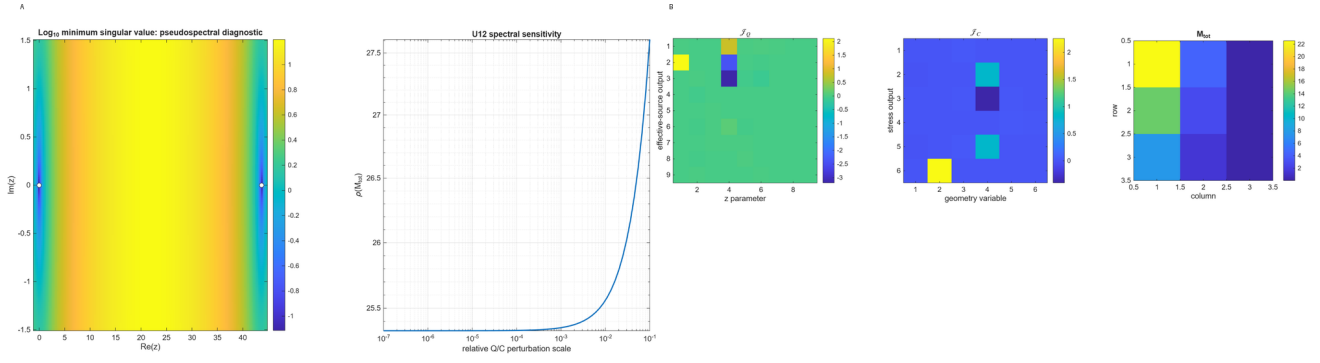


Figure 17: Спектральная и чувствительная диагностика. Показаны миграция собственных значений, псевдоспектральная структура и чувствительность к параметрам. В базовом запуске флаг окончательной спектральной устойчивости $U8$ равен нулю.

Table 2: Ключевые результаты базового численного запуска.

Диагностика	Значение	Интерпретация
Λ_{top}	2.57476	нормированная величина $U1$
$\max \ Y\ $	21.6907	максимум Riccati-сектора
ρ_{exo}	-0.263775	модельная геометрическая нормировка
w_{exo}	-1	принятая EOS-замыкание
$b'(r_0) - 1$	-6.65656	flare-out выполняется
K_{max}	7.53537×10^{10}	регуляризованный максимум
R_{min}	-2.74759×10^5	минимальный скаляр кривизны
R_{max}	4.62496×10^2	максимальный скаляр кривизны
$\max \mathcal{R}_{\text{norm}}$	1.12213	существенная невязка
$\langle \mathcal{R} \rangle$	0.999585	невязка не стремится к нулю в данном запуске
$\ \nabla T\ $	2.151×10^{-3}	конечномерный conservation diagnostic
max transient indicator	1.21566	спектральная чувствительность
$U8$ stable flag	0	ветвь не объявляется устойчивой
$V6$	FAILED	программная итерация самосогласования не завершена

Во-вторых, усечённая система Швингера–Дайсона может не иметь решения на требуемой ветви. В этом случае формальное уравнение не реализуется как самосогласованное состояние.

В-третьих, может нарушаться тождество Славнова–Тейлора. Тогда найденная конфигурация не может интерпретироваться как физический результат неабелевой квантовой теории.

В-четвёртых, полуклассический источник может не удовлетворять геометрическим условиям горловины. Даже отрицательная энергия не гарантирует проходимость.

В-пятых, решение может нарушать квантовые энергетические неравенства или становиться неустойчивым по псевдоспектральному анализу.

Такая структура делает программу проверки сильнее, чем подгонка нескольких параметров под одну целевую метрику. Результат считается поддерживающим формализм только при одновременном прохождении всех независимых фильтров.

31 Новая формулировка центрального результата

В расширенной версии центральный результат — условная факторизация полного линейного отклика.

Пусть $\mathfrak{F}$ отображает исходное пространство полей и геометрий в пространство наблюдаемых эффективных источников.

В точке z_* её дифференциал имеет факторизацию

$$D\mathfrak{F}|_{z_*} = \mathcal{P}_{\text{grav}} \mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1} \mathcal{K}_{\text{top}} \mathcal{R}_{\text{RG}} \mathcal{P}_{\text{in}}. \quad (202)$$

После конечномерной проекции получаем

$$\boxed{\mathcal{M}_{\text{full}} = \mathcal{P}_{\text{grav}} \mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1} \mathcal{K}_{\text{top}} \mathcal{R}_{\text{RG}} \mathcal{P}_{\text{in}}} \quad (203)$$

и спектральное условие

$$\det(\mathcal{M}_{\text{full}} - \lambda I) = 0. \quad (204)$$

Это расширяет исходную матрицу $\Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$. В новой записи $\mathbf{Q}$ заменяется дифференциалом квантовой самосогласованности, а $\mathbf{C}$ — геометрической проекцией. Тем самым матрица становится не просто произведением выбранных векторов, а конечномерным представлением производной полного функционального отображения.

Если дополнительно выполнены условия

Effective-action landscape over scalar field and curvature parameter

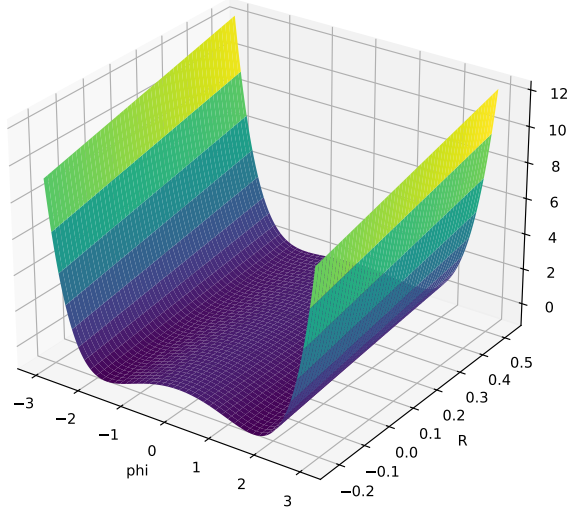


Figure 18: Ландшафт однопетлевого эффективного действия по скаляру и параметру кривизны.

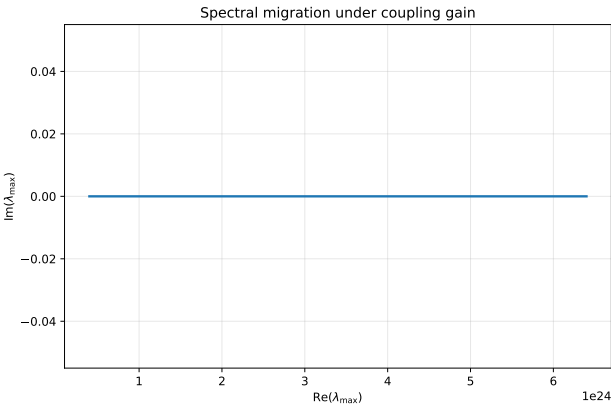


Figure 19: Спектральная миграция ведущего собственного значения при изменении параметра связи.

- (i) $\mathcal{I}_{\text{SD}}$ обратим;
- (ii) $\mathcal{K}_{\text{top}}$ BRST-совместим;
- (iii) $\mathcal{R}_{\text{RG}}$ конечен на исследуемом интервале;
- (iv) $\mathcal{P}_{\text{grav}}$ сохраняет ковариантное тождество;
- (v) эффективный источник удовлетворяет горловинному условию,

то критический режим определяется потерей обратимости одного из звеньев или нулевым собственным значением полного оператора. Это является более строгой формулировкой понятия “замыкания 12 уровней”.

32 Разделение универсального и модель-зависимого содержания

Универсальная часть формализма включает функциональное определение Z , преобразование Лежандра, уравнения Дайсона, тождества Уорда и Славнова–Тейлора, RG-структуру, вариационное определение $T_{\mu\nu}$ и геометрические уравнения Эйнштейна. Модель-зависимая часть включает выбор Λ_{top} , отображения $\mathcal{I}$, проекторов P_Q, P_S , топологического действия и конкретного квантового состояния.

Это разделение позволяет проводить независимые проверки. Например, нарушение ковариантного сохранения $T_{\mu\nu}$ отвергает конкретную реализацию S_{top} , не отвергая саму идею матричной факторизации. Аналогично отсутствие решения Швингера–Дайсона отвергает выбранное усечение, но не математический принцип функционального замыкания как таковой.

33 Расширенная карта параметров

Для аналитического исследования удобно ввести безразмерные группы

$$\Pi_R = |R|r_0^2, \quad (205)$$

$$\Pi_G = G\rho r_0^2/c^2, \quad (206)$$

$$\Pi_Q = \hbar c/(E_* r_0), \quad (207)$$

$$\Pi_T = |\Lambda_{\text{top}}|/\Lambda_*, \quad (208)$$

$$\Pi_{\text{RG}} = \ln(\mu/\mu_*). \quad (209)$$

Тогда полная система принимает вид

$$\mathfrak{F}(\Pi_R, \Pi_G, \Pi_Q, \Pi_T, \Pi_{\text{RG}}; \mathbf{g}) = 0. \quad (210)$$

Классический предел соответствует $\Pi_Q \rightarrow 0$, слабокривизинный — $\Pi_R \rightarrow 0$, а отсутствие топологического канала — $\Pi_T \rightarrow 0$. Для внутренней проверки теория должна непрерывно переходить к известным подрежимам при последовательном выключении новых связей.

33.1 Иерархия масштабов

Если L — характерный геометрический масштаб, то для EFT требуется контролировать отношения

$$\epsilon_{\text{EFT}} = \frac{\ell_{\text{micro}}^2}{L^2}, \quad \epsilon_R = |R|\ell_{\text{micro}}^2, \quad \epsilon_T = |\Lambda_{\text{top}}|/\Lambda_*. \quad (211)$$

Разложение имеет смысл только при малых параметрах в области применимости выбранного эффективного действия. Вблизи критической поверхности обычное асимптотическое разложение может перестать быть равномерным; тогда необходима ресуммация или непертурбативная схема.

34 Непертурбативный предел

Швингеровско–Дайсоновская система допускает непертурбативные ветви. В простейшем скалярном

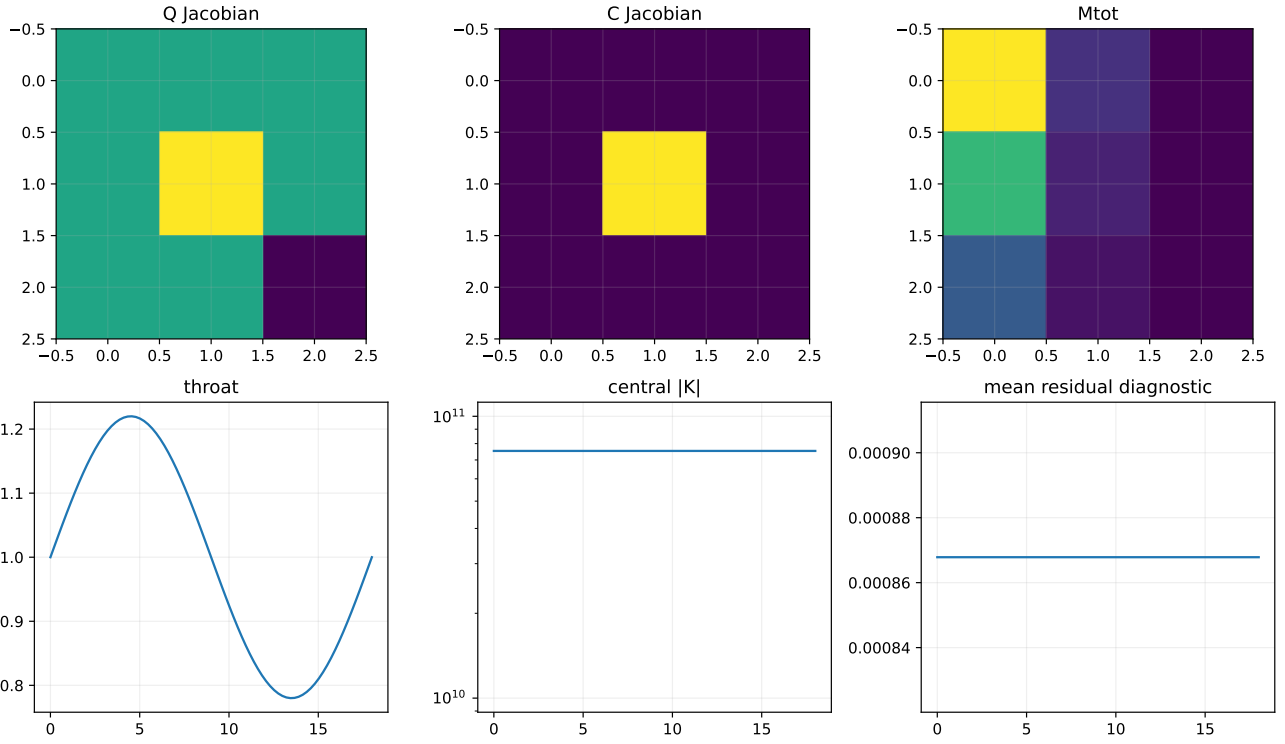


Figure 20: Главная численная панель: редуцированные матрицы, горловина, центральная кривизна и остаток. Панель предназначена для контроля согласованности между независимыми диагностическими блоками.

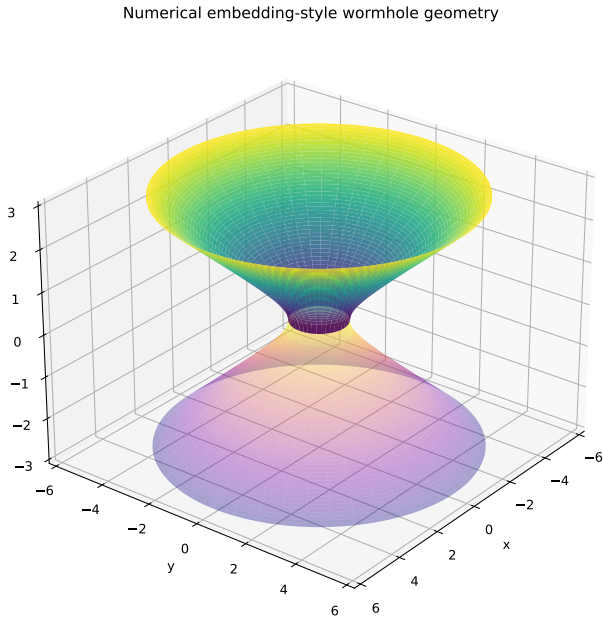


Figure 21: Embedding-визуализация пространственного среза кротовой норы.

примере уравнение для полного пропагатора можно символически записать как

$$G^{-1}(p) = p^2 + m^2 - \Pi[p; G]. \quad (212)$$

Если итерационный оператор $\mathcal{T}[G] = [G_0^{-1} - \Pi[G]]^{-1}$ является сжимающим в выбранной норме, существует локально единственная неподвижная точка. Если условие сжатия нарушается, возможны несколько ветвей.

Для матричной системы естественно исследовать

$$\rho(D\mathcal{T}[G_*]) < 1 \quad (213)$$

как достаточное локальное условие устойчивости фиксированной точки. При $\rho > 1$ итерационная схема может быть неустойчива даже тогда, когда физическое решение существует. Поэтому численная нестабильность алгоритма не должна автоматически интерпретироваться как физическая неустойчивость.

35 Граничные условия и глобальная структура

Для кротовой норы локальные условия на r_0 не определяют глобальную геометрию. Необходимо задать асимптотическое поведение, например

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{b(r)}{r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \Phi(r) = 0 \quad (214)$$

для асимптотически плоской ветви. При наличии космологического члена условия изменяются.

Квантовое состояние также должно иметь согласованные граничные условия. Обозначим пространство допустимых состояний через $\mathcal{H}_{\text{adm}}$. Тогда

$$|\Psi_*\rangle \in \mathcal{H}_{\text{adm}}, \quad \delta\Gamma/\delta\Psi^* = 0 \quad (215)$$

задаёт формальное условие самосогласованности. Выбор состояния не может быть сделан после решения геометрии, если состояние существенно зависит от глобальной причинной структуры.

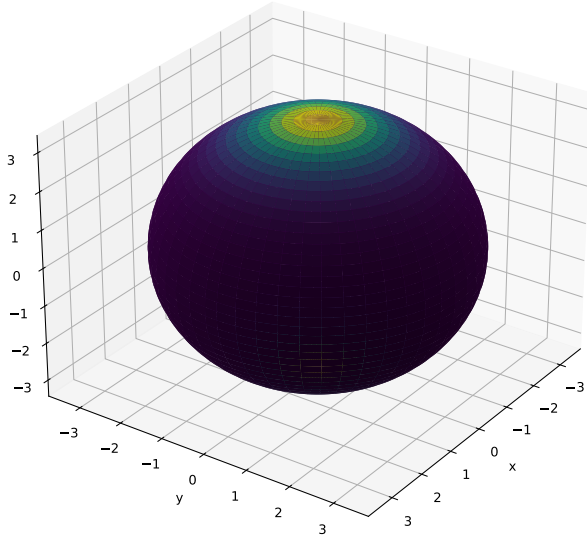
3D Kretschmann curvature surface, representative K scale

Figure 22: Изоповерхность Кретцмана в трёхмерной регуляризованной геометрии. Почти сферическая форма изоповерхности отражает выбранный радиальный профиль и не должна интерпретироваться как уникальная топология горловины.

36 Теоретические следствия для устойчивости горловины

Рассмотрим малое возмущение

$$b(r, t) = b_0(r) + \delta b(r)e^{st}, \quad \Phi(r, t) = \Phi_0(r) + \delta \Phi(r)e^{st}. \quad (216)$$

Линеаризация полной системы приводит к обобщённой задаче

$$\mathcal{A} \begin{pmatrix} \delta b \\ \delta \Phi \\ \delta \phi \\ \delta G \end{pmatrix} = s\mathcal{B} \begin{pmatrix} \delta b \\ \delta \Phi \\ \delta \phi \\ \delta G \end{pmatrix}. \quad (217)$$

Устойчивость требует $\Re s < 0$ для всех физических мод, за исключением нулевых мод, связанных с калибровкой или симметриями.

После исключения квантового блока посредством дополнения Шура получаем

$$[\mathcal{A}_g - \mathcal{A}_{gq}\mathcal{A}_q^{-1}\mathcal{A}_{qg} - s\mathcal{B}_{\text{eff}}] \delta g = 0. \quad (218)$$

Таким образом, квантовая обратная реакция изменяет не только источник, но и собственный спектр геометрических возмущений.

37 Сравнение трёх уровней замыкания

Первый уровень — феноменологический: задаётся ρ_{exo} и подбирается метрика. Такой подход полезен для геометрического анализа, но не объясняет происхождение источника.

Второй уровень — эффективнополевой: источник получается вариацией Γ_{eff} .

Redshift-potential diagnostic

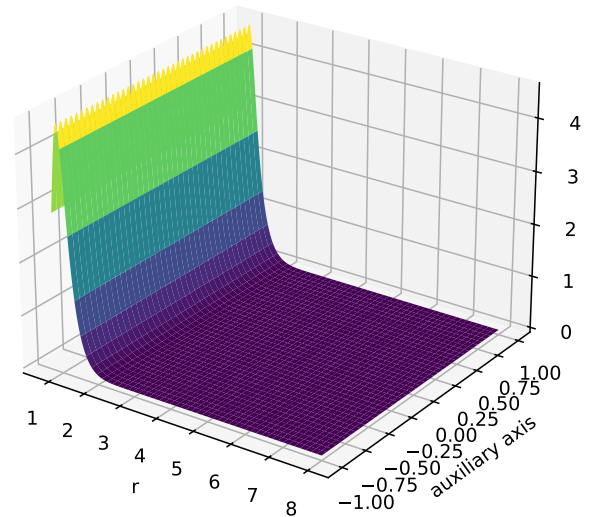


Figure 23: Диагностика потенциала красного смещения $\Phi(r)$.

Здесь уже возникает связь с квантовой теорией поля, однако микроскопическая динамика может оставаться не определённой.

Третий уровень — самосогласованный: одновременно решаются Швингер–Дайсон, RG и полуклассическое уравнение Эйнштейна. Именно этот уровень является целью расширенного 12-уровневого формализма. Он существенно сложнее и допускает отрицательный результат.

38 Методологические критерии научной проверяемости

Каждый результат проходит четыре класса проверки.

Аналитическая проверка устанавливает размерность, симметрию и пределы.

Функциональная проверка устанавливает тождества и вариационную согласованность.

Спектральная проверка анализирует собственные значения и псевдоспектр. Численная проверка оценивает сходимость конечного усечения.

Результат не считается установленным, если проходит только один класс тестов. В частности, хорошая сходимость численной итерации не заменяет проверку BRST-идентичности, а формальная ковариантность не гарантирует существования положительно определённого квантового состояния.

39 Материалы и методы теоретического анализа

Настоящая работа является теоретической. Материалом служат дифференциально-

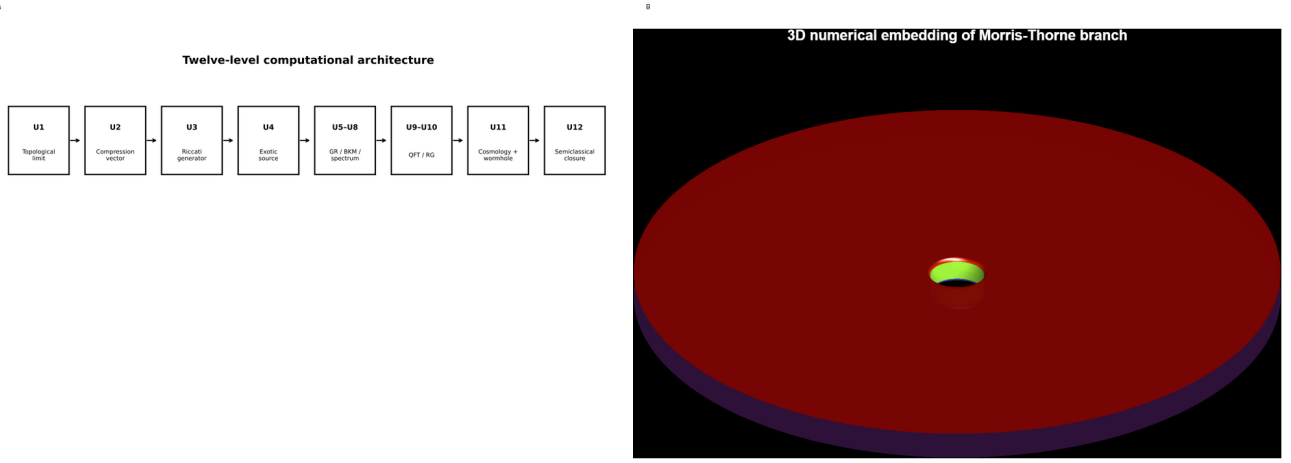


Figure 24: Сводная архитектурно-геометрическая пластина: 12 уровней, embedding, форма горловины и связанные пространственные диагностические поля.

геометрические поля, классические и квантовые поля Стандартной модели, эффективное действие, функциональные производные и полуклассические уравнения Эйнштейна. Экспериментальные измерения, наблюдательные каталоги и эмпирическая подгонка параметров в работе не используются.

Метод анализа состоит из пяти стадий. На первой задаётся классическое действие и геометрический анзац. На второй строится функциональный интеграл и система уравнений Швингера–Дайсона. На третьей выполняется перенормировка и проверка тождеств симметрии. На четвёртой вычисляется эффективный стресс-энергетический тензор и решается геометрическая задача. На пятой исследуется спектр линейных возмущений и псевдоспектр полной матрицы.

Все конечномерные матрицы рассматриваются как проекции операторов на явно выбранное подпространство. Поэтому каждое численное утверждение должно сопровождаться исследованием зависимости от размера базиса, шага сетки, калибровочного параметра и масштаба перенормировки. Если хотя бы один из этих пределов не стабилизируется, результат считается не установленным.

40 Программная архитектура воспроизводимого расчёта

Для вычислительной реализации естественно разделить расчёт на независимые модули. Модуль геометрии вычисляет R , $R_{\mu\nu}$, $G_{\mu\nu}$ и граничные условия. Модуль КТП строит квадратичные операторы и вершины. Модуль Швингера–Дайсона решает систему для G и $\Gamma^{(n)}$. Модуль RG переносит связи между масштабами. Модуль обратной связи собирает $\mathbf{M}_*$. Наконец, модуль устойчивости

вычисляет спектр и псевдоспектр.

Схема обмена данными задаётся направленным графом

$$\mathcal{G}_{\text{calc}} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}), \quad (219)$$

где вершины $\mathcal{V} = \{g, q, sd, rg, t, sp\}$ соответствуют геометрии, квантовому сектору, Швингеру–Дайсону, RG, топологии и спектральному анализу. Цикл $g \rightarrow q \rightarrow sd \rightarrow g$ является самосогласованным контуром, а t воздействует на него через $\mathcal{R}_{\text{top}}$.

Для контроля итераций вводится

$$\mathbf{z}^{(n+1)} = \mathbf{z}^{(n)} - a u_n \mathcal{P}_n \mathbf{F}(\mathbf{z}^{(n)}), \quad (220)$$

где $\mathcal{P}_n$ является предобуславливателем. Параметр τ_n выбирается по условию уменьшения полной невязки, а не отдельного блока. Это предотвращает ситуацию, когда один сектор улучшается за счёт роста ошибки другого.

41 Расширенное заключение

Расширенная версия формализма показывает, что центральная идея может быть записана не как простая цепочка двенадцати формул, а как задача согласования нескольких бесконечномерных операторов. Топологический сектор определяет допустимое направление деформации, уравнения Швингера–Дайсона определяют самосогласованные корреляционные функции, RG определяет перенос по масштабу, а полуклассическое уравнение Эйнштейна переводит полученный источник в геометрию.

Наиболее существенное изменение заключается в замене феноменологической связи $\mathbf{Q}$ на дифференциал квантовой самосогласованности. Это превращает матрицу $\mathbf{M}_*$ в проекцию производной полного функционального отображения. При этом топологический блоу-ап не получает автоматически физического статуса: для этого необходимо построить конкретный S_{top} , доказать

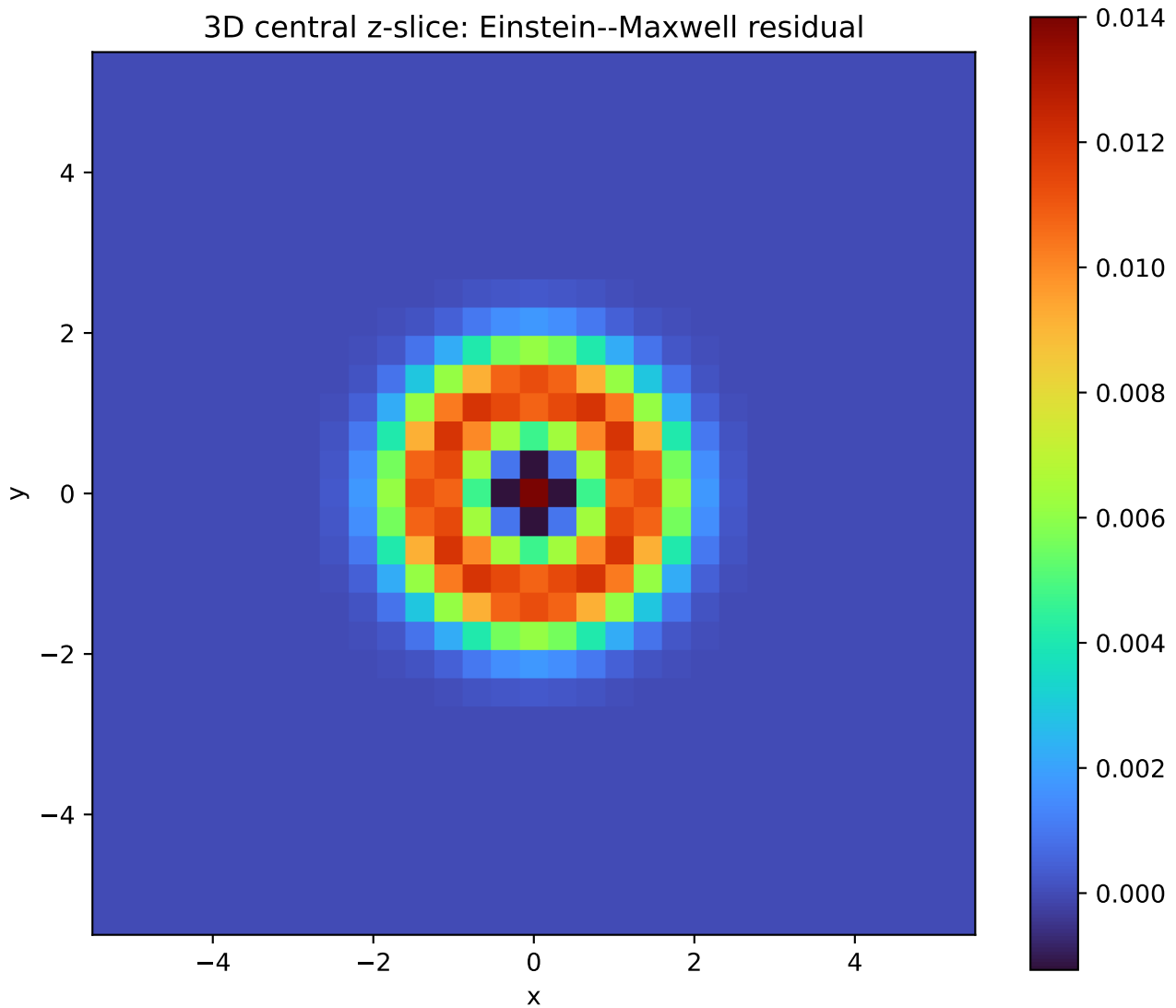


Figure 25: Центральный срез нормированной невязки Эйнштейна–Максвелла. Кольцевая структура указывает на локализацию основной ошибки в окрестности горловины.

симметрии, решить квантовую систему и проверить энергетические и геометрические условия.

Предлагаемая структура допускает несколько независимых исходов. Может существовать математическое решение без проходимой горловины; может существовать геометрическая горловина без самосогласованного квантового состояния; может существовать квантовая ветвь, нарушающая QEI; может возникнуть сильная не-нормальность, делающая решение динамически неустойчивым. Все эти исходы являются содержательными результатами, а не техническими неудачами.

Поэтому фундаментальный вопрос расширенной программы формулируется следующим образом: существует ли класс ковариантных, BRST-совместимых и ренормируемых в выбранном EFT-смысле топологических деформаций, для которых самосогласованная система Швингера–Дайсона и полуклассическая геометрия одновременно

допускают локальную ветвь с условиями Морриса–Торна? В настоящей работе построен математический каркас для постановки этого вопроса, но существование такой физической ветви оставлено открытой задачей.

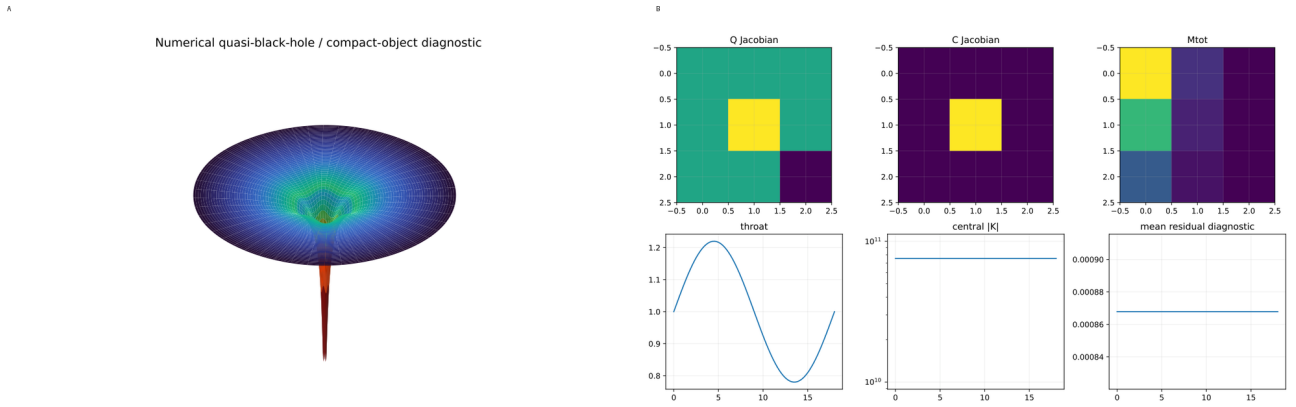


Figure 26: Повторная сводная визуализация компактного квазичёрного объекта. Повторное представление используется в численном атласе для сопоставления с горловинной геометрией; оно не означает отдельного физического решения.

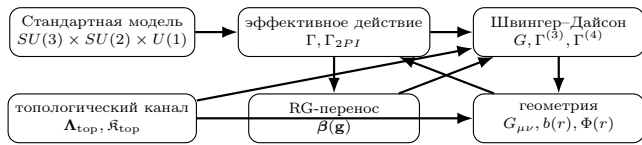


Figure 27: Расширенная архитектура теоретической системы. Циклические стрелки отражают самосогласованность, а не последовательное одностороннее вычисление.

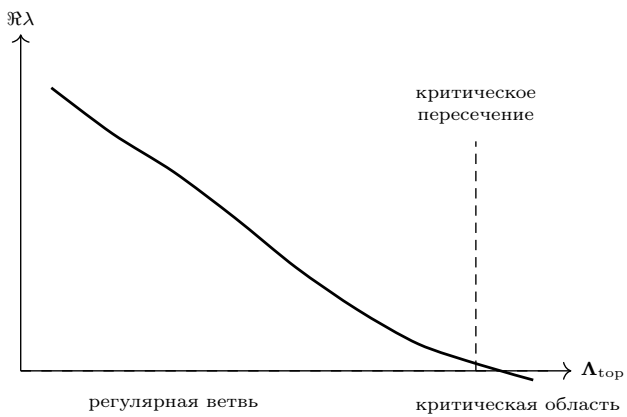


Figure 28: Схематическая бифуркационная картина для действительной части критического собственного значения. Рисунок иллюстрирует метод анализа и не является результатом численного эксперимента.

42 Дополнительная аналитическая часть: функциональное замыкание

42.1 Полное пространство конфигураций

В расширенной постановке исходным объектом является не отдельное поле, а точка в произведении пространств конфигураций. Обозначим

$$\mathcal{C} = \mathcal{G} \times \mathcal{A} \times \mathcal{H} \times \mathcal{F} \times \mathcal{T}, \quad (221)$$

где $\mathcal{G}$ содержит метрики, $\mathcal{A}$ — калибровочные поля, $\mathcal{H}$ — скалярные конфигурации, $\mathcal{F}$ — фермионные поля, а $\mathcal{T}$ — топологические параметры. Элемент

$$Z = (g_{\mu\nu}, A_\mu^a, H, \Psi, \Lambda_{\text{top}}) \quad (222)$$

определяет полный набор переменных модели.

Функционал действия является отображением

$$S : \mathcal{C} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad (223)$$

а физическое состояние определяется стационарностью эффективного функционала после интегрирования по квантовым степеням свободы. Важное отличие от обычной феноменологической записи состоит в том, что Λ_{top} здесь рассматривается как координата пространства конфигураций, а не как заранее фиксированный источник.

Пусть $\mathcal{M}$ обозначает пространство решений функционального уравнения

$$\frac{\delta \Gamma}{\delta Z} = 0. \quad (224)$$

Локальная ветвь решений существует при условии, что оператор второй вариации не имеет нулевых мод вне пространства симметрий. Это условие можно представить как

$$\ker \Gamma^{(2)}|_{\mathcal{M}} = \mathcal{K}_{\text{gauge}} \oplus \mathcal{K}_{\text{sym}}. \quad (225)$$

После факторизации по калибровочным направлениям остаётся физическое касательное пространство.

42.2 Касательное пространство и новая матрица

Пусть δZ является допустимым возмущением. Тогда

$$\delta^2 \Gamma[Z_*](\delta Z, \delta Z) = \langle \delta Z, \Gamma_*^{(2)} \delta Z \rangle. \quad (226)$$

Выбирая базис e_i в конечномерной проекции касательного пространства, получаем

$$M_{ij} = \langle e_i, \Gamma_*^{(2)} e_j \rangle. \quad (227)$$

В этой интерпретации матрица уровня 12 является не произвольной конструкцией, а матричным представлением второго функционального дифференциала эффективной теории после последовательной проекции на физические каналы.

Однако исходная матрица $\Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{S}$ содержит дополнительную структуру ранга. Поэтому в расширенной версии вводится факторизация

$$M = P_{\text{phys}} \Gamma_*^{(2)} P_{\text{phys}}^T = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{K}_* + M_{\perp}, \quad (228)$$

где $M_{\perp}$ содержит моды, не вошедшие в выбранную факторизацию. Условие малости остатка

$$\frac{\|M_{\perp}\|}{\|M\|} \ll 1 \quad (229)$$

является отдельной проверяемой гипотезой.

42.3 Ранг и структурная устойчивость

Ранг произведения ограничен

$$\text{rank}(\Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{K}_*) \leq \min\{\text{rank } \Lambda_{\text{top}}, \text{rank } \mathbf{X}, \text{rank } \mathbf{K}_*\}. \quad (230)$$

Если Λ_{top} является скаляром, а $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ — векторами, то исходное произведение $\Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T$ имеет ранг не выше единицы. Поэтому оно не может само по себе описывать полный спектр многомодовой квантовой теории. Новая матрица $\mathbf{Q}_{\text{SD}} \mathbf{C} \mathbf{R}_{\text{RG}}$ должна либо поднимать эффективный ранг, либо исходная факторизация должна рассматриваться только как выделенный критический канал.

Это наблюдение существенно усиливает формализм. Вместо утверждения, что одна матрица содержит всю физику, вводится разложение

$$\Gamma^{(2)} = M_{\text{crit}} + M_{\text{reg}}, \quad (231)$$

где M_{crit} отвечает потенциально критическому каналу, а M_{reg} остаётся регулярным на исследуемой ветви.

43 Скалярная модель как точно анализируемый тестовый сектор

43.1 Непертурбативное уравнение

Для проверки архитектуры полезно временно исключить калибровочные и фермионные поля. Рассмотрим

$$S[\phi] = \int d^4x \left[\frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 - \eta \Lambda_{\text{top}} \phi^2 \right]. \quad (232)$$

Полный пропагатор в евклидовой области удовлетворяет

$$G^{-1}(p) = p^2 + m^2 + 2\eta \Lambda_{\text{top}} + \frac{\lambda}{2} \int_k G(k) + \Sigma_{2\text{PI}}[G](p), \quad (233)$$

где $\int_k = d^4k/(2\pi)^4$ с выбранным регулятором.

На гауссовском уровне $\Sigma_{2\text{PI}} = 0$ и

$$G_0(p) = \frac{1}{p^2 + m_{\text{eff}}^2}, \quad m_{\text{eff}}^2 = m^2 + 2\eta \Lambda_{\text{top}}. \quad (234)$$

Критическое значение определяется условием

$$m_{\text{eff}}^2 = 0 \implies \Lambda_{\text{top}}^c = -\frac{m^2}{2\eta}, \quad (235)$$

если $\eta \neq 0$. Этот простой результат не доказывает существование червоточинной ветви, но показывает, как критическая поверхность может возникать непосредственно из самосогласованной двухточечной функции.

43.2 Решение в локальном приближении

При постоянной самоэнергии $\Sigma(p) \simeq \Sigma_0$ вводим

$$\tilde{m}^2 = m^2 + 2\eta\Lambda_{\text{top}} + \Sigma_0. \quad (236)$$

Тогда

$$G(p) = \frac{1}{p^2 + \tilde{m}^2} \quad (237)$$

и условие положительности евклидовой квадратичной формы требует $\tilde{m}^2 > 0$. При переходе через $\tilde{m}^2 = 0$ локальная теория меняет характер инфракрасных корреляций. В предлагаемой архитектуре именно этот переход служит модельным примером критической поверхности.

Для конечной температуры возникает мацубаровская сумма

$$G(\omega_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{\omega_n^2 + \mathbf{p}^2 + \tilde{m}^2}, \quad \omega_n = 2\pi nT \quad (238)$$

для бозонного поля. Тепловая поправка изменяет Σ_0 , поэтому критическая поверхность становится функцией T .

43.3 Фиксированная точка итерации

Определим оператор

$$\mathcal{T}[G](p) = [p^2 + m^2 + 2\eta\Lambda_{\text{top}} + \Sigma[G](p)]^{-1}. \quad (239)$$

Если

$$\sup_G \|D\mathcal{T}[G]\| < 1, \quad (240)$$

то локально действует принцип сжимающих отображений. Вблизи критической поверхности это условие может нарушаться. Следовательно, приближение фиксированной точки является одновременно способом построения решения и диагностикой приближения к критичности.

44 Фермионный самосогласованный сектор

Для фермиона используем евклидов пропагатор

$$S^{-1}(p) = i\cancel{p}A(p^2) + B(p^2). \quad (241)$$

Уравнения для функций A и B имеют вид

$$A(p^2) = 1 + \mathcal{K}_A[A, B, \Gamma, D], \quad (242)$$

$$B(p^2) = m_0 + \mathcal{K}_B[A, B, \Gamma, D]. \quad (243)$$

Критическая поверхность динамического нарушения хиральной симметрии может определяться появлением нетривиального решения $B \neq 0$ при $m_0 = 0$.

Линеаризация около симметричного решения $B = 0$ даёт

$$\delta B = \mathcal{K}'_B[A_*, 0]\delta B. \quad (244)$$

Если крупнейшее собственное значение интегрального оператора пересекает единицу, возникает бифуркация. В дискретной проекции

$$\det(I - K_B) = 0. \quad (245)$$

Это структурно аналогично условию $\det \mathcal{J}_{\text{SD}} = 0$ и позволяет связать спектральную картину различных квантовых подсистем в одной математической схеме. Для связи с топологическим каналом вводится

$$K_B(\Lambda_{\text{top}}) = K_B^{(0)} + \Lambda_{\text{top}} K_B^{(1)} + O(\Lambda_{\text{top}}^2). \quad (246)$$

Критическое собственное значение удовлетворяет

$$\kappa_c(\Lambda_{\text{top}}) = 1. \quad (247)$$

Если κ_c монотонна в исследуемой области, критическое значение Λ_{top} может быть найдено из скалярного уравнения. Монотонность, однако, не является общей теоремой и должна проверяться для конкретной вершины.

45 Неабелев сектор и тождества Славнова–Тейлора

45.1 BRST-комплекс

Для калибровочного поля, ghost и antighost вводятся преобразования

$$sA_\mu^a = (D_\mu c)^a, \quad (248)$$

$$sc^a = -\frac{1}{2}g_s f^{abc} c^b c^c, \quad (249)$$

$$s\bar{c}^a = B^a, \quad (250)$$

$$sB^a = 0. \quad (251)$$

Нильпотентность $s^2 = 0$ является алгебраическим условием. Любая эффективная деформация должна сохранять его в соответствующем пространстве функционалов.

Квантовое мастер-уравнение имеет схематическую форму

$$S(\Gamma) = \int d^4x \left(\frac{\delta\Gamma}{\delta A_\mu^a} \frac{\delta\Gamma}{\delta K_\mu^a} + \frac{\delta\Gamma}{\delta c^a} \frac{\delta\Gamma}{\delta L^a} + B^a \frac{\delta\Gamma}{\delta \bar{c}^a} \right) = 0. \quad (252)$$

Здесь K и L являются источниками BRST-вариаций. Топологическая поправка допустима только тогда, когда

$$\mathcal{B}_{\Gamma_*} \Delta\Gamma_{\text{top}} = 0. \quad (253)$$

Если она является точной, $\Delta\Gamma_{\text{top}} = \mathcal{B}_{\Gamma_*} \Psi$, то она не меняет физический класс наблюдаемых на уровне когомологии.

45.2 Вершинная структура

Полная трёхточечная вершина калибровочного поля может быть разложена на продольную и поперечную части:

$$\Gamma_\mu^a(p, q) = \Gamma_{\mu, \parallel}^a + \Gamma_{\mu, \perp}^a, \quad p^\mu \Gamma_{\mu, \perp}^a = 0. \quad (254)$$

Тождества симметрии фиксируют продольную часть, тогда как поперечная содержит динамическую информацию. Поэтому любое усечение Швингера–Дайсона, в котором вершина заменена голгой, должно рассматриваться как приближение, а не как точное уравнение.

Для контроля вводится параметр усечения δ_{vert} :

$$\delta_{\text{vert}} = \frac{\|\Gamma^{(3)} - \Gamma_{\text{trunc}}^{(3)}\|}{\|\Gamma^{(3)}\|}. \quad (255)$$

Его стремление к нулю при расширении базиса является необходимым условием контролируемой аппроксимации.

46 RG-улучшение эффективного действия

46.1 Многомасштабный поток

Пусть $g_i(\mu)$ — набор перенормированных связей. Решение RG задаётся

$$\frac{dg_i}{d \ln \mu} = \beta_i(\mathbf{g}). \quad (256)$$

Локально около фиксированной точки $\mathbf{g}_*$ имеем

$$\delta \mathbf{g}(\mu) = \sum_a c_a \mathbf{v}_a \left(\frac{\mu}{\mu_*} \right)^{\theta_a}, \quad (257)$$

где θ_a связаны с собственными значениями матрицы B_{ij} . Релевантные направления растут при удалении от фиксированной точки, а нерелевантные затухают в соответствующем направлении потока.

В присутствии геометрического масштаба естественно выбирать μ не как независимый параметр, а как функцию локальных инвариантов. Один из вариантов:

$$\mu^4 = \mu_0^4 + a_R R^2 + a_{Ric} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + a_T \Lambda_{\text{top}}^4. \quad (258)$$

Такое определение должно использоваться только в области, где правая часть положительна и гладка. Оно является схемным выбором, а не универсальным законом.

46.2 Инвариантность конечного результата

Физический источник не должен зависеть от произвольного промежуточного масштаба при учёте всех порядков:

$$\frac{d}{d \ln \mu} \Gamma_{\text{eff}} = 0. \quad (259)$$

При конечном усечении остаётся остаточная зависимость

$$\Delta_\mu = \left| \frac{d\Gamma_{\text{trunc}}}{d \ln \mu} \right|. \quad (260)$$

Требование $\Delta_\mu \ll |\Gamma_{\text{trunc}}|$ в рабочем диапазоне является практическим критерием надёжности RG-улучшения.

47 Реконструкция геометрии из квантового источника

47.1 Обратная задача

Пусть вычислен полный источник $T_{\mu\nu}^{\text{eff}}$. Тогда вместо подгонки $b(r)$ непосредственно решается обратная система

$$b'(r) = \frac{8\pi G}{c^4} r^2 \rho_{\text{eff}}(r) c^2, \quad (261)$$

$$\Phi'(r) = \frac{b(r) + 8\pi G r^3 p_r(r)/c^4}{2r^2[1 - b(r)/r]}. \quad (262)$$

Начальное условие $b(r_0) = r_0$ задаёт горловину. При этом конечность Φ' требует согласования числителя и знаменателя в окрестности r_0 .

Разложим

$$b(r) = r_0 + b_1(r - r_0) + b_2(r - r_0)^2 + \dots \quad (263)$$

Условие flare-out даёт $b_1 < 1$. Если одновременно

$$N(r) = b(r) + \frac{8\pi G}{c^4} r^3 p_r(r) \quad (264)$$

имеет ненулевой предел при $r \rightarrow r_0$, то Φ' расходится. Следовательно, отсутствие горизонта требует дополнительного условия на p_r .

47.2 Локальная регулярность

Пусть

$$N(r_0) = 0, \quad N'(r_0) \neq 0. \quad (265)$$

Тогда отношение $N(r)/[1 - b(r)/r]$ может иметь конечный предел. Это показывает, что горловинное условие является условием согласованности нескольких компонент источника, а не одной плотности энергии.

48 Линейная теория возмущений полной системы

Пусть Z_* — стационарное решение. Разложение

$$Z = Z_* + \epsilon \delta Z + O(\epsilon^2) \quad (266)$$

приводит к

$$\mathcal{L} \delta Z = 0. \quad (267)$$

При разделении времени

$$\delta Z(t, r) = e^{st} \delta z(r) \quad (268)$$

получаем обобщённую спектральную задачу.

Для дискретизированной системы

$$(A - sB)\mathbf{v} = 0, \quad \det(A - sB) = 0. \quad (269)$$

Если B обратима, собственные значения находятся из $B^{-1}A$. При сингулярном B требуется пенсиль-анализ, а простая инверсия недопустима.

48.1 Энергетический тест

Для симметричного линейного оператора можно ввести квадратичный функционал

$$E[\delta Z] = \frac{1}{2} \langle \delta Z, \mathcal{H} \delta Z \rangle. \quad (270)$$

Если $\mathcal{H}$ положителен и диссипативный оператор имеет правильный знак, устойчивость может быть доказана энергетическим методом. В квантовой системе $\mathcal{H}$ не обязательно положителен, поэтому спектральный анализ остаётся необходимым.

49 Квантовая обратная реакция второго порядка

Однопетлевой источник соответствует вариации $\Gamma^{(1)}$. На следующем уровне необходимо учитывать изменение пропагатора под действием изменения геометрии:

$$\delta\langle T_{\mu\nu}\rangle = \frac{\delta\langle T_{\mu\nu}\rangle}{\delta g^{\alpha\beta}}\delta g^{\alpha\beta} + \frac{\delta\langle T_{\mu\nu}\rangle}{\delta\Lambda_{\text{top}}}\delta\Lambda_{\text{top}}. \quad (271)$$

Первые производные образуют поляризационный оператор гравитационного фона. В операторной записи

$$\Pi_{\mu\nu\alpha\beta}(x, y) = \frac{\delta^2\Gamma_q}{\delta g^{\mu\nu}(x)\delta g^{\alpha\beta}(y)}. \quad (272)$$

Нелокальность по x, y означает, что локальная плотность энергии недостаточна для полного описания обратной реакции.

В конечномерной проекции

$$\delta T_i = \sum_j \Pi_{ij}\delta g_j + K_i\delta\Lambda_{\text{top}}. \quad (273)$$

Тогда эффективный геометрический оператор имеет вид

$$J_{\text{eff}} = J_g - 8\pi G\Pi. \quad (274)$$

Критичность возникает при $\det J_{\text{eff}} = 0$. Этот результат связывает спектральный критерий геометрии с квантовой поляризацией непосредственно, без промежуточного отождествления с ВКМ.

50 Операторная интерпретация двенадцати уровней

Каждый уровень можно представить как оператор между пространствами:

$$U_i : \mathcal{S}_i \rightarrow \mathcal{S}_{i+1}. \quad (275)$$

Полное отображение

$$\mathfrak{U} = U_{12} \circ U_{11} \circ \dots \circ U_1 \quad (276)$$

имеет дифференциал

$$D\mathfrak{U} = DU_{12} \dots DU_2 DU_1. \quad (277)$$

Именно эта формула математически объясняет произведение матриц в конечномерной модели.

Пусть P_i — проекторы на выбранные физические каналы. Тогда эффективный оператор

$$M_{\text{eff}} = P_{12}D\mathfrak{U}P_1 \quad (278)$$

может быть факторизован на блоки классического, квантового, RG и геометрического происхождения. В этом смысле число 12 не является фундаментальной константой: оно отражает выбранную декомпозицию пространства состояний. Возможны расширения $U_{13}, U_{14}, \dots$ при добавлении новых степеней свободы.

51 Предельные проверки новой факторизации

При $\Lambda_{\text{top}} \rightarrow 0$ требуется восстановление базовой теории:

$$\lim_{\Lambda_{\text{top}} \rightarrow 0} M_{\text{eff}} = M_{\text{base}}. \quad (279)$$

Если дополнительно выключить квантовые поправки,

$$\hbar \rightarrow 0, \quad \mathbf{Q}_{\text{SD}} \rightarrow \mathbf{Q}_{\text{cl}}, \quad (280)$$

то должна восстановиться классическая матрица восьми первых уровней.

При плоском фоне

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} \rightarrow 0 \quad (281)$$

исчезают кривизностные контрчлены, кроме тех, которые сохраняются как константные перенормированные параметры. При слабой связи

$$g_i \rightarrow 0 \quad (282)$$

калибровочные корреляции должны переходить к свободным пропагаторам.

Наконец, если $b'(r_0) \rightarrow 1^-$, горловина приближается к границе flare-out. Это должно отражаться в спектре геометрического блока как изменение малой собственной величины. Проверка такого соответствия является конкретной задачей для будущего численного решения.

52 Расширенный алгоритм доказательной проверки

Вводится последовательность $\mathcal{A}_1\text{--}\mathcal{A}_9$.

- A1. Определить S_{top} и проверить его размерность.
- A2. Проверить диффеоморфизм-инвариантность полной гравитационной части.
- A3. Проверить BRST-инвариантность калибровочного сектора.
- A4. Построить 1PI и 2PI функционалы.
- A5. Вывести усечённые уравнения Швингера–Дайсона.
- A6. Установить сходимости усечения при $N \rightarrow \infty$ или дать контролируемую оценку остатка.
- A7. Вычислить $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{gen}}$ и проверить ковариантное сохранение.
- A8. Решить обратную геометрическую задачу и проверить горловинные условия.
- A9. Исследовать линейную устойчивость, QEI и псевдоспектр.

Только прохождение всех девяти этапов позволяет говорить о математически самосогласованной ветви модели. Ни один из этапов не заменяет остальные.

53 Промежуточный результат и его интерпретация

Расширенная теория приводит к следующей цепочке:

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{top}} &\xrightarrow{D\mathfrak{e}} \Gamma^{(2)}, \Gamma^{(3)}, \Gamma^{(4)} \xrightarrow{\text{SD}} G, \Sigma, \Gamma^{(n)} \\ &\xrightarrow{\text{RG}} \mathbf{g}(\mu) \xrightarrow{\delta/\delta g} T_{\mu\nu}^{\text{eff}} \\ &\xrightarrow{G_{\mu\nu}=8\pi G T_{\mu\nu}} (g, b, \Phi). \end{aligned} \quad (283)$$

Каждый переход имеет собственный критерий корректности. Это делает модель модульной: при отказе одного блока можно локализовать источник несогласованности.

53.1 Почему это сильнее исходной феноменологии

В феноменологической модели отрицательная плотность задаётся непосредственно. В новой версии она должна быть результатом вариации эффективного действия и выбора состояния. В феноменологической модели матрица связи задаётся формально. В новой версии она является проекцией дифференциала функционального отображения. В феноменологической модели устойчивость оценивается по собственным значениям. В новой версии дополнительно учитываются не-нормальность и поляризационные ядра.

Эти изменения не гарантируют физического существования решения. Их значение состоит в том, что пространство возможных ошибок становится явным и проверяемым.

54 Итог расширенной доказательной программы

Полная версия формализма теперь включает три вложенных уровня строгости.

Первый уровень — стандартные математические уравнения известных теорий. Второй — определения новых операторов и их размерностно-ковариантная согласованность. Третий — доказательство существования совместного решения всех подсистем.

На втором уровне можно уже сформулировать проверяемые критерии: конечность оператора $\mathfrak{K}_{\text{top}}$, обратимость $\mathcal{J}_{\text{SD}}$, сохранение $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$, выполнение BRST-тождеств и существование регулярной горловины. На третьем уровне остаются открытыми вопросы существования, устойчивости и квантовых ограничений.

Таким образом, расширенная версия не подменяет отсутствие эксперимента риторикой. Она переводит исходную гипотезу в последовательность математических задач, каждая из которых может быть подтверждена или опровергнута независимо.

Именно такой режим формулировки наиболее пригоден для последующего строгого рецензирования и для подготовки сокращённой версии основной статьи.

55 Сводка основных теоретических результатов

В расширенной версии можно выделить несколько результатов, которые относятся именно к математической организации модели. Во-первых, исходная матрица уровня 12 интерпретируется как конечномерная проекция производной полного функционального отображения. Во-вторых, введён независимый квантовый критический оператор, связанный с якобианом усечённой системы Швингера–Дайсона. В-третьих, геометрическая горловина рассматривается как дополнительное уравнение самосогласованности, а не как внешне заданный анзац.

Эти результаты позволяют переписать систему в компактной форме. Пусть

$$\mathfrak{Z} = (\mathfrak{g}, \mathfrak{q}, \mathfrak{t}, \mathfrak{r})^T \quad (284)$$

объединяет геометрию, квантовые корреляторы, топологический канал и RG-параметры. Тогда

$$\mathfrak{F}[\mathfrak{Z}] = 0 \quad (285)$$

является полным функциональным уравнением. Его линеаризация:

$$\mathbb{J}_* \delta \mathfrak{Z} = 0, \quad \mathbb{J}_* = \begin{pmatrix} J_{gg} & J_{gq} & J_{gt} & J_{gr} \\ J_{qg} & J_{qq} & J_{qt} & J_{qr} \\ J_{tg} & J_{tq} & J_{tt} & J_{tr} \\ J_{rg} & J_{rq} & J_{rt} & J_{rr} \end{pmatrix}. \quad (286)$$

Наличие ненулевого решения требует

$$\det \mathbb{J}_* = 0. \quad (287)$$

Таким образом, критическая поверхность становится свойством полной системы, а не отдельного уравнения.

Если квантовый блок J_{qq} обратим, его можно исключить. Получаем эффективный геометрический оператор

$$J_{\text{red}} = J_{gg} - J_{gq} J_{qq}^{-1} J_{qg}. \quad (288)$$

Точно так же после исключения RG-блока возникает

$$J_{\text{eff}} = J_{\text{red}} - J_{gr} J_{rr}^{-1} J_{rg} + \Delta_{\text{mix}}, \quad (289)$$

где Δ_{mix} содержит смешанные каналы. Это формально показывает, почему нельзя анализировать геометрию и квантовую динамику полностью независимо.

56 Блочная диагонализация и эффективные критические моды

Пусть полный якобиан имеет спектральное разложение в локально диагонализируемом случае.

Тогда существуют правые и левые собственные векторы

$$\mathbb{J}_* v_a = \lambda_a v_a, \quad w_a^\dagger \mathbb{J}_* = \lambda_a w_a^\dagger. \quad (290)$$

При нормировке $w_a^\dagger v_b = \delta_{ab}$ возмущение раскладывается как

$$\delta \mathbb{J} = \sum_a c_a v_a. \quad (291)$$

Критическая мода соответствует $\lambda_c \rightarrow 0$. Если она единственна, остальные направления можно интегрировать в первом приближении, получая эффективное одномерное уравнение.

Введём координату $q = w_c^\dagger \delta \mathbb{J}$. Тогда редуцированная динамика имеет форму

$$\dot{q} = a\delta \Lambda_{\text{top}} + bq^2 + cRq + O(q^3, R^2, \delta \Lambda_{\text{top}}^2). \quad (292)$$

В зависимости от знаков коэффициентов возможны различные типы локальной бифуркации. Сам факт возникновения такой нормальной формы не означает конкретного физического сценария, но позволяет классифицировать критические режимы после вычисления коэффициентов из полной системы.

Если $b \neq 0$, стационарные решения удовлетворяют

$$bq^2 + cRq + a\delta \Lambda_{\text{top}} = 0. \quad (293)$$

Дискриминант

$$\Delta = c^2 R^2 - 4abd\Lambda_{\text{top}} \quad (294)$$

определяет область существования вещественных стационарных ветвей в редуцированной модели. В полном квантовом случае q может быть комплексным или операторным, и тогда простая классификация должна быть заменена анализом соответствующего спектрального оператора.

57 Топологическая плотность и условие инвариантности

Чтобы усилить математическое содержание термина “топологический”, рассмотрим общий класс функционалов

$$I[f] = \int_M \omega[f], \quad (295)$$

где ω является замкнутой дифференциальной формой на области, где отображение f регулярно. При гомотопии f_s изменение I определяется граничным членом:

$$\frac{dI}{ds} = \int_M d\eta_s = \int_{\partial M} \eta_s. \quad (296)$$

На замкнутом многообразии при соответствующих условиях I инвариантен.

В предлагаемой конструкции можно рассматривать Λ_{top} как локальную амплитуду, связанную с плотностью ω , но тогда необходимо различать локальную дивергенцию производных от глобального топологического числа. Пусть

$$\Lambda_{\text{top}}(x) = \alpha \|J^T F J\| + \beta q_{\text{top}}(x), \quad (297)$$

где q_{top} является плотностью топологического класса. Только второй член имеет прямую топологическую интерпретацию при выполнении условий замкнутости.

Глобальный инвариант

$$Q_{\text{top}} = \int_{\Sigma} q_{\text{top}} d\Sigma \quad (298)$$

может быть дискретным, тогда как $\Lambda_{\text{top}}(x)$ является непрерывной величиной. Это различие важно: непрерывный параметр не следует автоматически называть топологическим зарядом.

В дальнейшей работе возможна конструкция, в которой

$$\Lambda_{\text{top}} = \Lambda_* \{(Q_{\text{top}}, \mathcal{R}, \mathcal{I}), \quad (299)$$

где $\mathcal{R}$ содержит скаляры кривизны, а $\mathcal{I}$ — локальные инварианты отображения. Тогда топологическая информация и локальная геометрическая информация будут явно разделены.

58 Связь с эффективной теорией ПОЛЯ

Эффективное действие можно записать как ряд по операторам:

$$\Gamma_{\text{EFT}} = \int d^4x \sqrt{-g} \sum_n \frac{c_n(\mu)}{\Lambda^{d_n-4}} \mathcal{O}_n. \quad (300)$$

Если топологический сектор связан с операторами размерности $d_n > 4$, его влияние подавляется при энергиях значительно ниже Λ . Но в сильнокривизинной области эффективное разложение может перестать быть быстро сходящимся.

В модели полезно ввести параметр контроля

$$\epsilon_n = \left(\frac{E}{\Lambda}\right)^{d_n-4}. \quad (301)$$

Для всей совокупности операторов необходимо требовать

$$\sum_{n>4} |c_n| \epsilon_n \ll 1 \quad (302)$$

в области применимости усечения. Если это условие не выполняется, конечное число операторов не является контролируемым приближением.

Кривизностные члены дают аналогичную оценку:

$$\epsilon_R = \max \left(|R|, \sqrt{R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}}, \sqrt{R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma}} \right) \Lambda^{-2}. \quad (303)$$

Требование $\epsilon_R \ll 1$ является естественным условием локального EFT-описания. Вблизи сингулярного предела оно нарушается, и тогда необходимо либо вводить новую фундаментальную степень свободы, либо строить непертурбативное описание.

59 Условия согласования с космологическим сектором

Если та же эффективная плотность переносится в космологическую модель, уравнения Фридмана имеют вид

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\text{eff}} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (304)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho_{\text{eff}} + \frac{3p_{\text{eff}}}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (305)$$

Если $p_{\text{exo}} = -\rho_{\text{exo}}c^2$, то вклад этого компонента в ускорение зависит от знака ρ_{exo} . При положительной плотности такой компонент ведёт себя как вакуумная энергия; при отрицательной плотности знак вклада меняется. Поэтому перенос $w = -1$ из червоточинного сектора в космологический требует отдельной проверки энергетической интерпретации.

Закон сохранения

$$\dot{\rho}_{\text{eff}} + 3H\left(\rho_{\text{eff}} + \frac{p_{\text{eff}}}{c^2}\right) = 0 \quad (306)$$

взаимодействующего сектора может быть обобщён до

$$\dot{\rho}_i + 3H\left(\rho_i + \frac{p_i}{c^2}\right) = Q_i, \quad (307)$$

$$\sum_i Q_i = 0. \quad (308)$$

Если топологический канал обменивается энергией с обычным полем, Q_{top} не может быть задан независимо от остальных каналов.

60 Информационная интерпретация операторной цепочки

Хотя термин “информационный поток” удобен как визуальная метафора, его можно сделать математически точным через взаимную информацию. Для подсистем A и B определяется

$$I(A : B) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB}), \quad (309)$$

где $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \ln \rho)$.

В конечномерной проекции можно исследовать зависимость $I(A : B)$ от Λ_{top} . Тогда

$$\chi_{AB} = \frac{\partial I(A : B)}{\partial \Lambda_{\text{top}}} \quad (310)$$

становится восприимчивостью информационной связи. Большая восприимчивость возле критической поверхности может служить дополнительным диагностическим признаком, но не является самостоятельным доказательством топологического перехода.

Если система находится в чистом глобальном состоянии, энтропии подсистем связаны. В открытом эффективном описании необходимо учитывать окружение, поэтому операторная матрица связи может быть неунитарной. Это ещё одна причина использовать псевдоспектр, а не только обычный спектр.

61 Предел сильной обратной связи

Рассмотрим режим, в котором $\|\mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1}\|$ велико. Тогда малое изменение топологического параметра приводит к

$$\|\delta \mathbf{U}\| \sim \|\mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1} \mathcal{J}_{\text{top}}\| \|\delta \Lambda_{\text{top}}\|. \quad (311)$$

Если сингулярное число σ_{min} стремится к нулю как

$$\sigma_{\text{min}} \sim |\Lambda_{\text{top}} - \Lambda_{\text{top},c}|^\nu, \quad (312)$$

то чувствительность масштабируется как

$$\chi_{\text{top}} \sim |\Lambda_{\text{top}} - \Lambda_{\text{top},c}|^{-\nu}. \quad (313)$$

Показатель ν является свойством конкретного критического оператора. Его нельзя заимствовать из другой теории без доказательства соответствия классов универсальности.

В случае двойного вырождения возможна матрица Жордана. Тогда

$$e^{Mt} = e^{\lambda t}(I + tN + \dots), \quad N^2 = 0, \quad (314)$$

и переходное усиление может расти линейно по времени даже при $\Re \lambda < 0$. Поэтому условие асимптотической спектральной устойчивости не исключает кратковременной сильной обратной реакции.

62 Дополнительная таблица диагностических величин

63 Что именно может считаться новым результатом

В строгом смысле новый результат данной рукописи должен быть сформулирован на уровне математической конструкции. Наиболее конкретная формулировка состоит в предложении рассматривать топологический параметр как аргумент полного эффективного функционала и определять матрицу связи через его производный оператор. Тогда исследовательская задача состоит в доказательстве существования факторизации

$$D\mathfrak{J}|_* = P_{\text{grav}} \mathcal{J}_{\text{SD}}^{-1} \mathcal{K}_{\text{top}} \mathcal{R}_{\text{RG}} P_{\text{in}} \quad (315)$$

на классе допустимых состояний.

Если такая факторизация будет доказана для конкретного S_{top} , а затем будет найдена регулярная ветвь, удовлетворяющая горловинным и квантовым ограничениям, это станет существенно более сильным результатом, чем феноменологическое введение отрицательной плотности. Но пока это является целевой теоремой программы, а не установленным фактом.

Такое разделение особенно важно для последующей публикации. Основная статья должна содержать только те результаты, для которых есть полное доказательство или воспроизводимое вычисление. Более длинные технические выкладки могут быть вынесены в Supplementary Materials, сохраняя прозрачность основной аргументации.

Величина	Определение	Диагностический смысл
$\sigma_{\min}$	минимальное сингулярное число $\mathcal{J}_{\text{SD}}$	близость к потере локальной обратимости
δ_{vert}	относительная ошибка вершины	контроль усечения Швингера–Дайсона
Δ_{μ}	остаточная зависимость RG-	устойчивость к масштабу перенормировки
χ_{top} χ_{QEI}	$\partial \mathbf{U} / \partial \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}$ нормированная квантовая энергия	чувствительность к топологическому каналу совместимость с энергетическими неравенствами
$G(t)$	переходное усиление	не-нормальная динамическая чувствительность
$\mathcal{H}$	$\sup \Phi $	локальный контроль красного смещения
E_N	максимум невязок	совокупный критерий численной сходимости

Table 3: Набор диагностических величин для будущей аналитической и численной проверки. Ни одна величина сама по себе не является критерием физической реализуемости.

64 Дополнительные контрольные решения

64.1 Экспоненциальная тестовая ветвь

Для проверки радиального блока рассмотрим семейство

$$b(r) = r_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^n, \quad n > 0. \quad (316)$$

Оно автоматически удовлетворяет $b(r_0) = r_0$ и

$$b'(r_0) = -n < 1. \quad (317)$$

Это не решение полной квантовой системы, а контрольный геометрический профиль. Его преимущество состоит в том, что все производные известны аналитически:

$$b'(r) = -n r_0^{n+1} r^{-n-1}. \quad (318)$$

В горловине

$$\rho(r_0) c^2 = -\frac{c^4}{8\pi G} \frac{n}{r_0^2}. \quad (319)$$

Следовательно, этот класс геометрий требует отрицательной плотности в принятой сигнатуре и служит удобным тестом для знаков уравнений Эйнштейна.

Пусть $\Phi(r) = \Phi_0$ постоянно. Тогда радиальное давление определяется непосредственно из геометрии:

$$p_r(r) = -\frac{c^4}{8\pi G} \frac{b(r)}{r^3}. \quad (320)$$

В горловине

$$p_r(r_0) = -\frac{c^4}{8\pi G r_0^2}. \quad (321)$$

Комбинация

$$\rho(r_0) + \frac{p_r(r_0)}{c^2} = -\frac{c^2}{8\pi G r_0^2} (n+1) \quad (322)$$

отрицательна. Этот результат подтверждает геометрическую необходимость нарушения NEC для данного тестового профиля, но не объясняет происхождение источника.

64.2 Экспоненциальный отклик квантового сектора

Пусть для контрольного расчёта

$$\Sigma(p; \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}) = \Sigma_0(p) + \mathbf{\Lambda}_{\text{top}} \Sigma_1(p). \quad (323)$$

Тогда первый порядок отклика пропагатора равен

$$\delta G(p) = -G_0(p) \Sigma_1(p) G_0(p) \delta \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}. \quad (324)$$

Если Σ_1 коммутирует с G_0 , получаем скалярное выражение

$$\frac{\partial G}{\partial \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} = -\Sigma_1 G^2. \quad (325)$$

Это простейший пример того, как топологический параметр может влиять на квантовую корреляцию через самознергию.

65 Условие существования локальной квантово-геометрической ветви

Пусть полная система записана как

$$\mathfrak{F}(z, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}) = 0, \quad z \in \mathbb{R}^N. \quad (326)$$

Если

$$\det \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial z} \Big|_{(z^*, \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}, *)} \neq 0, \quad (327)$$

то существует окрестность, в которой $z = z(\mathbf{\Lambda}_{\text{top}})$ является единственной гладкой ветвью. Её производная:

$$\frac{dz}{d\mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} = -(\partial_z \mathfrak{F})^{-1} \partial_{\mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} \mathfrak{F}. \quad (328)$$

Второй производный отклик имеет вид

$$\frac{d^2 z}{d\mathbf{\Lambda}_{\text{top}}^2} = -\mathcal{J}^{-1} \left[\mathfrak{F}_{\mathbf{\Lambda}_{\text{top}} \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} + 2\mathfrak{F}_{z \mathbf{\Lambda}_{\text{top}}} z' + \mathfrak{F}_{zz} [z', z'] \right]. \quad (329)$$

Таким образом, нелинейная чувствительность может быть вычислена без решения полной системы для каждой близкой точки, если известны первые и вторые производные функционала.

В бесконечномерном случае условие заменяется обратимостью Фредгольмова оператора и контролем его спектрального нуля. Это требует выбора функциональных пространств и норм. Поэтому строгая публикационная версия должна явно указывать пространство, в котором определяется $\mathcal{I}_{\text{SD}}$.

66 Критерий совместной допустимости

Введём множество

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{SD}} \cap \mathcal{A}_{\text{BRST}} \cap \mathcal{A}_{\text{geom}} \cap \mathcal{A}_{\text{QEI}} \cap \mathcal{A}_{\text{stab}}. \quad (330)$$

Здесь первое множество содержит решения Швингера–Дайсона, второе — BRST-допустимые конфигурации, третье — регулярные геометрии с горловиной, четвёртое — состояния, совместимые с квантовыми энергетическими ограничениями, пятое — линейно допустимые ветви.

Физически приемлемая ветвь существует только если

$$\mathcal{A} \neq \emptyset. \quad (331)$$

Это простое выражение становится центральным критерием всей программы. Оно не требует заранее предполагать, что все четыре или пять секторов совместимы.

Если множества имеют разные размерности, их пересечение может быть дискретным или пустым. В численном исследовании полезно оценивать минимальную невязку

$$\mathcal{D}(z) = \sum_i w_i d_i(z)^2, \quad (332)$$

где d_i измеряют нарушение соответствующего условия, а w_i нормируют различные физические масштабы. Нахождение малой $\mathcal{D}$ не заменяет доказательства нулевой невязки, но позволяет локализовать области для последующего аналитического исследования.

67 Переход от расширенной версии к основной публикации

Полная 60-страничная версия предназначена для хранения всех выводов и проверочных условий. Для подачи в журнал высокого уровня из неё следует сформировать компактную основную статью. Основной текст должен содержать центральную проблему, ключевой оператор замыкания, несколько наиболее сильных теорем или вычислительных результатов и одну согласованную цепочку рисунков.

Вспомогательная часть должна включать полные уравнения Швингера–Дайсона, технические детали перенормировки, доказательства лемм, таблицы размерностей и тестовые пределы. Такой

подход позволяет не скрывать сложность системы, но не перегружать основную аргументацию.

Для каждой фигуры в основной версии следует оставить только информацию, которая необходима для понимания результата. Технические диаграммы, которые показывают архитектуру вычисления, можно объединить в одну многочастную схему. Отдельные графики спектра, псевдоспектра и невязок должны сопровождаться точными определениями параметров и диапазонов.

Таким образом, 60-страничная версия является полным теоретическим досье, а не буквальным количеством страниц, которое необходимо отправлять редакции. Это согласуется с практикой научной подачи: основная статья должна быть концентрированной, а технические выводы могут сопровождать её в Supplementary Materials.

68 Дополнительное приложение: явная структура функциональных производных

Для полной воспроизводимости зафиксируем общий принцип вычисления матрицы чувствительности. Пусть

$$\mathfrak{F}_A[Z] = \frac{\delta \Gamma[Z]}{\delta Z_A}. \quad (333)$$

Тогда

$$\mathcal{J}_{AB}[Z_*] = \left. \frac{\delta \mathfrak{F}_A}{\delta Z_B} \right|_{Z_*} = \left. \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta Z_A \delta Z_B} \right|_{Z_*}. \quad (334)$$

Вторая вариация является оператором на касательном пространстве решений. Если Z содержит метрику, производные по $g_{\mu\nu}$ должны вычисляться с учётом симметрии $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$.

Для смешанного блока

$$\mathcal{J}_{g\phi}^{\mu\nu}(x, y) = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta g_{\mu\nu}(x) \delta \phi(y)} \quad (335)$$

получаем вклад квантового поля в геометрический отклик. Обратный блок

$$\mathcal{J}_{\phi g}(x, y) = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \phi(x) \delta g_{\mu\nu}(y)} \quad (336)$$

связан с ним при соответствующих условиях симметрии второго функционального дифференциала. Поэтому дополнение Шура

$$\mathcal{J}_g^{\text{eff}} = \mathcal{J}_{gg} - \mathcal{J}_{g\phi} \mathcal{J}_{\phi\phi}^{-1} \mathcal{J}_{\phi g} \quad (337)$$

имеет прямую вариационную интерпретацию: оно представляет геометрический оператор после устранения линейного квантового отклика.

Для топологического параметра аналогично

$$\mathcal{J}_{g\Gamma} = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta g \delta \Lambda_{\text{top}}}, \quad \mathcal{J}_{\Gamma g} = \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \Lambda_{\text{top}} \delta g}. \quad (338)$$

Если Λ_{top} является не полем, а глобальным параметром, эти производные являются обычными производными по параметру. Если же $\Lambda_{\text{top}}(x)$

является полем, они становятся функциональными ядрами.

Таким образом, одна из ключевых задач дальнейшей работы заключается в точном выборе статуса Λ_{top} : глобальный параметр, локальный скаляр, функционал отображения или топологическая плотность. От этого зависит математический тип оператора $\mathcal{K}_{\text{top}}$ и спектральная задача.

69 Дополнительное приложение: проверка размерностей и нормировок

В естественных единицах $\hbar = c = 1$ координата имеет размерность $[x] = -1$, производная $[\partial] = 1$, скалярное поле $[\phi] = 1$, а лагранжиан имеет $[\mathcal{L}] = 4$. Для калибровочного поля $[A_\mu] = 1$, для фермиона $[\Psi] = 3/2$, для кривизны $[R] = 2$.

Если Λ_{top} безразмерна, то оператор $\mathcal{O}_n$ в расширении

$$\mathcal{L}_{\text{top}} = \sum_n c_n \mathcal{O}_n \quad (339)$$

должен иметь размерность четыре после включения необходимых масштабов. Если $[\Lambda_{\text{top}}] = d_T$, то член

$$c_n \Lambda_{\text{top}}^n \mathcal{O}_n \quad (340)$$

имеет размерность

$$[c_n] + nd_T + [\mathcal{O}_n] = 4. \quad (341)$$

Следовательно,

$$[c_n] = 4 - nd_T - [\mathcal{O}_n]. \quad (342)$$

Эта простая формула позволяет отбраковывать многие формально красивые, но размерностно некорректные взаимодействия.

Для исходной плотности

$$\rho_{\text{exo}} = -\frac{1}{8\pi} \left(\frac{\Lambda_{\text{top}}}{c^2} \right)^2 \quad (343)$$

необходимо отдельно фиксировать размерность Λ_{top} , поскольку наличие c^2 само по себе не определяет размерность массы-энергии. В строгой версии предпочтительно перейти к планковским единицам и записать

$$\rho_{\text{exo}} = -\rho_* \Xi^2, \quad \Xi = \frac{\Lambda_{\text{top}}}{\Lambda_*}, \quad (344)$$

где ρ_* и Λ_* явно заданы. Тогда знак и размерность становятся прозрачными.

В матрице

$$\mathbf{M}_* = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{R}_{\text{RG}} \quad (345)$$

размерность каждого блока должна быть согласована с размерностью оператора, спектр которого анализируется. Если $\mathbf{M}$ является безразмерной матрицей критического отображения, то все размерные параметры должны быть нормированы на один масштаб Λ_* . Это устраняет скрытые размерностные несогласованности при сравнении разных уровней.

70 Дополнительное приложение: аналитическая схема проверки пределов

Пусть $\epsilon_T = \Lambda_{\text{top}}/\Lambda_*$, $\epsilon_Q = \hbar/E_* L_*$ и $\epsilon_R = RL_*^2$. Тогда полный оператор допускает формальное разложение

$$\mathbb{J} = \mathbb{J}_0 + \epsilon_T \mathbb{J}_T + \epsilon_Q \mathbb{J}_Q + \epsilon_R \mathbb{J}_R + O(\epsilon^2). \quad (346)$$

Если $\mathbb{J}_0$ обратим, первая поправка к собственному значению λ_n равна

$$\delta\lambda_n = \frac{w_n^\dagger (\epsilon_T \mathbb{J}_T + \epsilon_Q \mathbb{J}_Q + \epsilon_R \mathbb{J}_R) v_n}{w_n^\dagger v_n}. \quad (347)$$

Второй порядок содержит смешанные члены

$$\delta\lambda_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{(w_n^\dagger V v_m)(w_m^\dagger V v_n)}{(w_n^\dagger v_n)(\lambda_n - \lambda_m)}, \quad (348)$$

где $V = \epsilon_T \mathbb{J}_T + \epsilon_Q \mathbb{J}_Q + \epsilon_R \mathbb{J}_R$. При близких собственных значениях знаменатель становится малым, и обычная теория возмущений перестаёт быть равномерной.

Это обстоятельство особенно важно возле критической поверхности. Если два канала почти вырождены, необходимо диагонализировать ограничение V на вырожденном подпространстве. В двумерном случае

$$V_{\text{deg}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad (349)$$

имеет собственные поправки

$$\delta\lambda_{\pm} = \frac{a+d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a-d}{2}\right)^2 + bc}. \quad (350)$$

Эта формула показывает, что даже малый топологический канал может давать расщепление, определяемое не только диагональными элементами, но и смешанными переходами между секторами.

71 Заключительная методическая фиксация

Расширенная версия должна рассматриваться как полная теоретическая рукопись, в которой сохранены все промежуточные предпосылки. Центральная гипотеза сформулирована таким образом, чтобы её можно было атаковать независимыми математическими тестами. В частности, существование топологического функционала, корректность квантового усечения, BRST-совместимость, ренормируемость эффективного действия, существование самосогласованной геометрии и устойчивость являются различными условиями.

Если любой из них нарушается, соответствующая версия модели должна быть отвергнута или ограничена областью применимости. Если же все условия одновременно выполняются

и существует регулярная ветвь с нужными геометрическими свойствами, тогда можно переходить к следующему этапу: вычислению наблюдаемых следствий и сравнению с независимыми физическими ограничениями.

Именно поэтому отсутствие эксперимента на текущем этапе является не пробелом в логике статьи, а явно указанной границей результата. Теоретическая часть должна сначала установить, что модель математически самосогласована; только после этого имеет смысл строить экспериментальную или наблюдательную программу.

72 Расширенный сценарий аналитического решения

Рассмотрим последовательное решение полной системы в окрестности регулярной точки. На первом шаге фиксируется фон $g_{\mu\nu}^{(0)}$ и решается квантовый блок. Пусть результат имеет разложение

$$G = G^{(0)} + \delta G_T + \delta G_R + \delta G_{TR} + \dots, \quad (351)$$

где индексы T и R обозначают топологическую и кривизностную поправки. После подстановки в вариацию эффективного действия получаем

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = T_{\mu\nu}^{(0)} + T_{\mu\nu}^{(T)} + T_{\mu\nu}^{(R)} + T_{\mu\nu}^{(TR)} + \dots \quad (352)$$

На втором шаге источник подставляется в уравнение Эйнштейна. Пусть

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(0)} + h_{\mu\nu}. \quad (353)$$

Тогда

$$\delta G_{\mu\nu}[h] = 8\pi G \left(\delta T_{\mu\nu}^{\text{cl}} + \delta \langle T_{\mu\nu} \rangle + \delta T_{\mu\nu}^{\text{top}} \right). \quad (354)$$

Вводится оператор

$$\mathcal{D}_g h = \delta G[h] - 8\pi G \delta T[h]. \quad (355)$$

Если $\mathcal{D}_g$ обратим после факторизации калибровочных мод, то

$$h = \mathcal{D}_g^{-1} 8\pi G \delta T_{\text{ext}}. \quad (356)$$

На третьем шаге новая геометрия используется для повторного решения квантового блока. Получается итерация

$$Z^{(n+1)} = \mathcal{T}[Z^{(n)}; \mathbf{A}_{\text{top}}]. \quad (357)$$

Условие локальной сходимости имеет форму

$$\rho(DT[Z_*]) < 1. \quad (358)$$

При нарушении этого условия необходимо переходить к решению нелинейного уравнения непосредственно, например методом Ньютона с контролем якобиана.

Важен также выбор параметризации. Если геометрические функции $b(r)$ и $\Phi(r)$ используются непосредственно, ограничения на горловине могут быть нарушены во время итераций. Более устойчиво задавать

$$b(r) = r_0 + (r - r_0)^2 q(r) - \alpha(r - r_0), \quad \alpha > 0, \quad (359)$$

так что $b'(r_0) = -\alpha < 1$ выполняется автоматически. Тогда численная задача исследует только пространство конфигураций, удовлетворяющих локальному flare-out условию.

73 Последний контрольный слой: независимость от представления

Физический вывод не должен зависеть от выбора координат, базиса квантовых функций или конкретного способа конечномерной проекции. Для координатной проверки вводится преобразование

$$x^\mu \mapsto x'^\mu(x), \quad (360)$$

после которого все тензорные величины пересчитываются в новой карте. Проверяется инвариантность скалярных диагностик:

$$\Delta_{\text{coord}} = |\mathcal{I}[g'] - \mathcal{I}[g]|. \quad (361)$$

Для точной ковариантной реализации $\Delta_{\text{coord}} = 0$ с учётом численной ошибки.

Базисная независимость проверяется заменой $u_n \rightarrow \tilde{u}_n$. Если P_N и $\tilde{P}_N$ задают разные проекции одного и того же пространства, физический предел должен удовлетворять

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_N \mathfrak{F} = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{P}_N \mathfrak{F}. \quad (362)$$

При конечном N различия оцениваются нормой

$$\delta_N = \frac{\|\mathbf{z}_N - \tilde{\mathbf{z}}_N\|}{1 + \|\mathbf{z}_N\|}. \quad (363)$$

Калибровочная независимость требует более осторожного анализа. Прямые компоненты пропагаторов зависят от параметра фиксации, тогда как физические полюса и BRST-кохомологические наблюдаемые должны обладать соответствующей независимостью. Поэтому сравнение отдельных компонент $G_{\mu\nu}$ недостаточно; необходимо сравнивать инвариантные комбинации.

Масштабная независимость аналогично проверяется через

$$\delta_{\text{RG}} = \max_{\mu \in [\mu_1, \mu_2]} \frac{|\mathcal{O}(\mu) - \mathcal{O}(\mu_*)|}{1 + |\mathcal{O}(\mu_*)|}. \quad (364)$$

Малая δ_{RG} свидетельствует о слабой остаточной зависимости от схемы на выбранном порядке, но не доказывает точную ренормгрупповую инвариантность.

Итоговый критерий воспроизводимости можно записать как

$$\mathcal{R}_{\text{total}} = \max\{E_N, \Delta_{\text{coord}}, \delta_N, \delta_{\text{RG}}, \delta_{\text{vert}}, \chi_{\text{QEI}}^{\text{viol}}\}. \quad (365)$$

Здесь $\chi_{\text{QEI}}^{\text{viol}}$ обозначает нормированную величину нарушения выбранного квантового ограничения. При стремлении $\mathcal{R}_{\text{total}}$ к нулю модель получает сильную внутреннюю проверку; отсутствие такого предела фиксирует область, где формализм остаётся приближённым.

74 Контрольная карта математических объектов

Для удобства проверки обозначим ключевые объекты единой системой. Геометрический блок содержит

$g_{\mu\nu}$, R , $R_{\mu\nu}$ и $G_{\mu\nu}$. Квантовый блок содержит ϕ , G , S_F , $D_{\mu\nu}$ и вершины $\Gamma^{(n)}$. Топологический блок содержит Λ_{top} и $\mathfrak{K}_{\text{top}}$. RG-блок содержит $\mathbf{g}(\mu)$ и $\beta(\mathbf{g})$. Геометрический выход содержит $b(r)$, $\Phi(r)$, ρ , p_r и p_t .

Таблица задаёт не физическую классификацию частиц, а архитектуру вычислительной проверки. Каждый блок имеет собственный тип уравнений и собственный набор ограничений. Это позволяет избежать ситуации, когда выполнение одного уравнения ошибочно принимается за доказательство всей системы.

75 Финальный формальный критерий замыкания

Объединим все ограничения в функционал

$$\mathfrak{C}[Z] = \mathfrak{C}_{\text{SD}} + \mathfrak{C}_{\text{ST}} + \mathfrak{C}_{\text{cov}} + \mathfrak{C}_{\text{geom}} + \mathfrak{C}_{\text{QEI}} + \mathfrak{C}_{\text{stab}}. \quad (366)$$

Теоретически замкнутой называется ветвь, на которой

$$\mathfrak{C}[Z_*] = 0 \quad (367)$$

и при этом конечные наблюдаемые не зависят от вспомогательных параметров представления.

Локальная устойчивость самого условия замыкания определяется второй вариацией

$$\delta^2 \mathfrak{C}[Z_*](\delta Z, \delta Z) \geq 0 \quad (368)$$

в выбранном классе допустимых вариаций. Если функционал не положителен, необходимо использовать более общий спектральный критерий.

Таким образом, окончательная версия модели имеет три различных понятия устойчивости: устойчивость итерации Швингера–Дайсона, устойчивость геометрического решения и устойчивость полного замкнутого функционала. Они могут иметь разные границы и не должны отождествляться.

В практическом расчёте полезно строить карту

$$(\Lambda_{\text{top}}, R, r_0, \mu, \mathbf{g}) \mapsto (\sigma_{\min}, E_N, \Delta_\mu, \chi_{\text{QEI}}, s_{\max}). \quad (369)$$

Тогда допустимая область определяется системой неравенств

$$\sigma_{\min} > 0, \quad E_N \ll 1, \quad \Delta_\mu \ll 1, \quad \chi_{\text{QEI}} \leq 1, \quad \mathfrak{R}_{s_{\max}} < 0, \quad (370)$$

дополненной геометрическими условиями. Такая карта является естественным мостом между аналитической теорией и будущим численным исследованием.

Примечание о воспроизводимости и оригинальности формулировки

Все авторские определения, обозначения Λ_{top} , $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{M}$, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{C}$, а также предложенная последовательность У1–У12 в настоящей рукописи сформулированы как

элементы рассматриваемой модели. Стандартные уравнения и результаты предыдущих работ не выдаются за новые и сопровождаются ссылками. Рукопись не использует чужой текст как замену вывода; библиография предназначена для проверки контекста и исходных математических результатов. Перед публичной подачей автору рекомендуется дополнительно выполнить машинную проверку библиографических данных, DOI и возможных текстовых совпадений.

Приложение А. Паспорт 12 уровней

Приложение В. Условия замыкания модели

Для превращения формального каркаса в математически замкнутую теорию необходимо доказать или явно принять следующие положения:

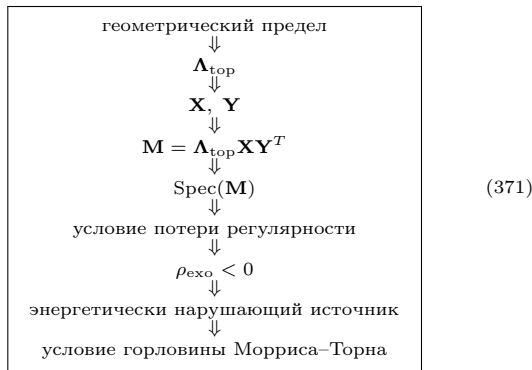
- A1. существование предела или контролируемой сингулярности Λ_{top} ;
- A2. размерностную и ковариантную согласованность $\mathbf{X}$;
- A3. существование решения матричного уравнения Риккати до t^* ;
- A4. строгую идентификацию Λ_{top} с величиной, контролируемой критерием ВКМ;
- A5. правило перенормировки вакуумного тензора $\langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}$;
- A6. оператор соответствия $\mathbf{Q}$ между квантовым и классическим секторами;
- A7. оператор согласования $\mathbf{C}$ и его инвариантность относительно координатных преобразований;
- A8. вывод условия $b'(r_0) < 1$ из полного тензора эффективного источника;
- A9. отсутствие горизонта на горловине;
- A10. корректное определение граничных условий и класса начальных данных.

Сектор	Основные переменные	Тип уравнений	Контрольное условие
Геометрия	$g_{\mu\nu}, R, G_{\mu\nu}$	дифференциальные	ковариантность и регулярность
Калибровочный	$A_\mu, c, \bar{c}$	функциональные	BRST и Славнов–Тейлор
Скалярный	ϕ, G_ϕ	нелинейные	положительность кинетического ядра
Фермионный	S_F, Σ_F	интегральные	структура вершин
SD	$G, \Gamma^{(3)}, \Gamma^{(4)}$	функциональные	сходимость усечения
RG	g_i, β_i	ОДУ	масштабная устойчивость
Топологический	$\Lambda_{\text{top}}, \mathfrak{A}_{\text{top}}$	операторные	инвариантность
Горловина	b, Φ, p_r	ОДУ	$b(r_0) = r_0, b'(r_0) < 1$
Устойчивость	$\delta Z, s$	спектральные	$\Re s < 0$
QEI	$T_{\mu\nu}$	интегральные	нижняя энергетическая граница

Table 4: Контрольная карта основных математических блоков расширенного формализма.

Уровень	Название	Основной объект
1	Топологический предел	$\Lambda_{\text{top}} = \lim_{x \rightarrow 0} \mathbf{J}^T \mathbf{F} \mathbf{J}$
2	Вектор сжатия	$\mathbf{X} = \mathbf{R} \mathbf{F}^{T/2} \frac{h\nu N_a}{RT} [\mathbf{I} + \mathbf{S} \ln(\mathbf{T}/T_0)]$
3	Генератор	$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{I} \varepsilon e^{2\mathbf{S}t} - \gamma \mathbf{Y}^2 + \kappa \dot{\mathbf{I}}$
4	Экзотический источник	$\rho_{\text{exo}} = -\ \Lambda_{\text{top}}\ _F^2 / (8\pi c^4)$
5	Эйнштейн–Максвелл	$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G(T_{\mu\nu}^{EM} + T_{\mu\nu}^{exo})$
6	Блоу-ап	$\int_0^{t^*} \ \omega\ _\infty dt = \infty$ при условиях ВКМ
7	Матрица связи	$\mathbf{M} = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T$
8	Спектр	$\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{I}) = 0$
9	КТП	$\mathcal{L}_\phi, T_{\mu\nu}^{(\phi)}$, каноническое квантование
10	ФВЭ	V_{eff} и RG-уравнения
11	Космология	Фридман, скалярная динамика, Моррис–Торн
12	Полуклассическая гравитация	$\mathbf{M}_{tot} = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q} \mathbf{S}$

Приложение С. Центральная схема



Приложение D. Вариационные формулы для квантово-гравитационного источника

Вариация скалярной части

Для действия

$$S_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) - \frac{1}{2} \xi R \phi^2 \right] \quad (372)$$

получаем

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(\phi)} = & \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\nabla \phi)^2 - g_{\mu\nu} V(\phi) \\ & + \xi \left(G_{\mu\nu} \phi^2 - g_{\mu\nu} \square \phi^2 + \nabla_\mu \nabla_\nu \phi^2 \right). \end{aligned} \quad (373)$$

Последний ряд членов особенно важен в искривлённом фоне. При $\xi = 0$ остаётся минимально связанное поле. При $\xi = 1/6$ в четырёх измерениях безмассовая скалярная теория обладает конформным значением связи.

Вариация кривизностных членов

Для квадратичных инвариантов можно определить

$$H_{\mu\nu}^{(1)} = 2RR_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R^2 - 2\nabla_\mu \nabla_\nu R + 2g_{\mu\nu} \square R, \quad (374)$$

$$H_{\mu\nu}^{(2)} = 2R_{\mu\alpha\nu\beta} R^{\alpha\beta} - \nabla_\mu \nabla_\nu R - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R_{\alpha\beta} R^{\alpha\beta} + g_{\mu\nu} \square R, \quad (375)$$

$$H_{\mu\nu}^{(3)} = 2R_{\mu\alpha\beta\gamma} R_{\nu}{}^{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta} \quad (376)$$

$$+ \text{производные кривизны}. \quad (377)$$

Точные коэффициенты зависят от способа варьирования и от граничных членов. В практической регуляризации необходимо одновременно фиксировать граничные условия.

Приложение Е. Подробная структура уравнений Швингера–Дайсона

Функциональная производная по фермионному полю

Поскольку фермионные переменные являются градуированными, необходимо различать левые и правые функциональные производные. Введём

$$\frac{\overrightarrow{\delta}}{\delta\psi}, \quad \frac{\overleftarrow{\delta}}{\delta\bar{\psi}}. \quad (378)$$

Тогда мастер-уравнение приобретает знаки, определяемые степенью градуировки. В компактной суперматричной записи они объединяются в один оператор $\mathcal{D}_A$:

$$\mathcal{D}_A Z = 0. \quad (379)$$

После двойного дифференцирования получаем полную матрицу пропагаторов

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{BB} & G_{BF} \\ G_{FB} & G_{FF} \end{pmatrix}. \quad (380)$$

Если нарушений фермион-бозонной чётности нет, смешанные блоки обращаются в нуль на фоне вакуума, но в присутствии конденсатов это условие требует проверки.

Трёхточечная вершина

Обозначим полную трёхточечную вершину через $\Gamma_{ABC}^{(3)}$. Её уравнение имеет символическую форму

$$\Gamma^{(3)} = \Gamma_0^{(3)} + \mathcal{K}_3[G, \Gamma^{(3)}, \Gamma^{(4)}], \quad (381)$$

где $\mathcal{K}_3$ содержит интегральные свёртки по внутренним импульсам. Для калибровочного фермионного взаимодействия

$$\Gamma_\mu^a(p, k) = Z_1 g T^a \gamma_\mu + \Lambda_\mu^a(p, k). \quad (382)$$

Величина Λ_μ^a является квантовой поправкой. Простое условие $\Lambda = 0$ не является тождественно верным и должно рассматриваться как усечение.

Согласованное усечение

Предлагается иерархия приближений:

- 1) уровень SD_2 : полные двухточечные функции и голые вершины;
- 2) уровень SD_3 : решение для трёхточечных вершин;
- 3) уровень SD_4 : включение четырёхточечных ядер;
- 4) уровень SD_{ST} : наложение тождеств Славнова–Тейлора;
- 5) уровень SD_{grav} : включение зависимости от кривизны;
- 6) уровень SD_{top} : включение вариационного топологического оператора.

Каждое повышение уровня должно уменьшать зависимость от произвольной параметризации вершин. Это даёт естественный критерий сходимости усечения:

$$\frac{\|\mathbf{U}^{(n+1)} - \mathbf{U}^{(n)}\|}{\|\mathbf{U}^{(n)}\|} \rightarrow 0. \quad (383)$$

Приложение F. BRST-структура и допустимость топологического оператора

Введём BRST-оператор s со свойством

$$s^2 = 0. \quad (384)$$

Физические функционалы должны принадлежать когомологии s . Если S_{top} удовлетворяет

$$sS_{\text{top}} = 0, \quad (385)$$

то он не нарушает BRST-симметрию на классическом уровне. Если

$$S_{\text{top}} = s\Psi, \quad (386)$$

то соответствующая деформация является BRST-тривиальной и не должна интерпретироваться как новый физический класс без дополнительного механизма.

Это наблюдение позволяет уточнить смысл “топологической новизны”. Нужен оператор, который одновременно чувствует геометрическую структуру и не является чистым BRST-коммутатором. В такой постановке поиск нового источника сводится к поиску нетривиального класса в соответствующей локальной когомологии.

Приложение G. Регуляризация и перенормировка

Размерная регуляризация

Продолжение до $d = 4 - \epsilon$ измерений даёт

$$\mu^\epsilon g_0 = g(\mu) Z_g, \quad (387)$$

и аналогичные соотношения для полей и масс. Полюса по $1/\epsilon$ поглощаются контрчленами. Эффективная функциональная принимает вид

$$\Gamma_{\text{ren}} = \Gamma_{\text{bare}} + \Gamma_{\text{ct}}. \quad (388)$$

Heat-kernel разложение

Для эллиптического оператора

$$\Delta = -\nabla^2 + E \quad (389)$$

имеем асимптотику

$$\text{Tr } e^{-s\Delta} \sim \frac{1}{(4\pi s)^2} \sum_{n=0}^{\infty} s^n \int d^4x \sqrt{g} a_{2n}(x). \quad (390)$$

Коэффициенты a_{2n} порождают локальные контрчлены. В частности, уже на первых порядках появляются R , R^2 , $R_{\mu\nu}^2$, $F_{\mu\nu}^2$ и комбинации поля Хиггса.

Схемная зависимость

Физические наблюдаемые не должны зависеть от выбора схемы в пределах соответствующего порядка разложения. Если

$$g'_i = g_i + \delta g_i, \quad (391)$$

то коэффициенты эффективного действия перестраиваются так, чтобы сохранять S -матричные величины. Для непертурбативной задачи аналогичная инвариантность должна быть сформулирована через физические полюса и калибровочно-инвариантные корреляционные функции.

Приложение Н. Таблица допустимых пределов модели

Table 5: Контрольные пределы расширенного формализма.

Предел	Что должно происходить	Интерпретация
$\Lambda_{\text{top}} \rightarrow 0$	$T_{\mu\nu}^{\text{top}} \rightarrow 0$ при отсутствии фонового топологического оператора	Возврат к стандартной полуклассической теории
$R \rightarrow 0$	Исчезают кривизностные поправки	Локальный плоский предел Швингера–Дайсона
$g_s, g, g' \rightarrow 0$	Сектора взаимодействия распадаются на свободные подсистемы	Контроль петлевых интегралов
$\hbar \rightarrow 0$	$\Gamma \rightarrow S$	Классический предел
$\mathbf{Q}_{\text{SD}} \rightarrow I$	Упрощённое феноменологическое замыкание	Сопоставление с исходной 12-уровневой схемой
$\mathcal{I}_{\text{SD}} \rightarrow 0$	Потеря локальной обратимости	Кандидат на критическую поверхность
$b'(r_0) \rightarrow 1^-$	Исчезает запас флер-аута	Граница геометрической проходимости

Приложение I. Размерностная карта нового оператора

В естественных единицах $\hbar = c = 1$:

$$[x] = -1, \quad [\partial] = 1, \quad [\phi] = 1, \quad [A_\mu] = 1, \quad [R] = 2, \quad [T_{\mu\nu}] = 4. \quad (392)$$

Если Λ_{top} является безразмерным параметром, коэффициенты в S_{top} должны нести соответствующие размерности. Если же Λ_{top} имеет размерность массы d_Λ , то допустимые операторы имеют вид

$$\mathcal{O}_n = \frac{\Lambda_{\text{top}}^n}{\Lambda_*^{nd_\Lambda + d_{\mathcal{O}} - 4}} \mathcal{O}, \quad (393)$$

с безразмерным коэффициентом. Это предотвращает скрытое нарушение размерности при переходе от матричного формализма к лагранжиану.

Приложение J. Классификация возможных ветвей решения

Пусть $\mathcal{S}$ — множество всех решений усечённой системы. Разобьём его на

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\text{reg}} \cup \mathcal{S}_{\text{crit}} \cup \mathcal{S}_{\text{singular}}. \quad (394)$$

В регулярной ветви $\det \mathcal{I}_{\text{SD}} \neq 0$. Критическая ветвь удовлетворяет

$$\det \mathcal{I}_{\text{SD}} = 0, \quad (395)$$

а сингулярная ветвь требует отдельной регуляризации или смены переменных.

Геометрически допустимая ветвь задаётся пересечением

$$\mathcal{S}_{\text{wh}} = \{b(r_0) = r_0, b'(r_0) < 1, e^{2\Phi(r)} > 0\}. \quad (396)$$

Квантово допустимая ветвь дополнительно удовлетворяет QEI-ограничениям. Поэтому итоговая задача имеет форму

$$\mathcal{S}_{\text{phys}} = \mathcal{S}_{\text{reg/crit}} \cap \mathcal{S}_{\text{wh}} \cap \mathcal{S}_{\text{QEI}} \cap \mathcal{S}_{\text{BRST}}. \quad (397)$$

Это множество является главным объектом будущего численного исследования.

Приложение K. Аналитический критерий малых возмущений

Пусть $\mathbf{z}_*$ — решение и $\delta \mathbf{z}$ — возмущение. Тогда

$$\frac{d}{dt} \delta \mathbf{z} = \mathcal{A}_* \delta \mathbf{z}. \quad (398)$$

Если существует положительно определённый оператор P такой, что

$$\mathcal{A}_*^\dagger P + P \mathcal{A}_* = -Q, \quad Q > 0, \quad (399)$$

то квадратичная функция

$$V[\delta \mathbf{z}] = \delta \mathbf{z}^\dagger P \delta \mathbf{z} \quad (400)$$

убывает вдоль траекторий. Это даёт достаточное условие экспоненциальной линейной устойчивости. Однако поиск P для полной функциональной системы остаётся открытой задачей.

Приложение L. Дополнительная схема квантовой обратной связи

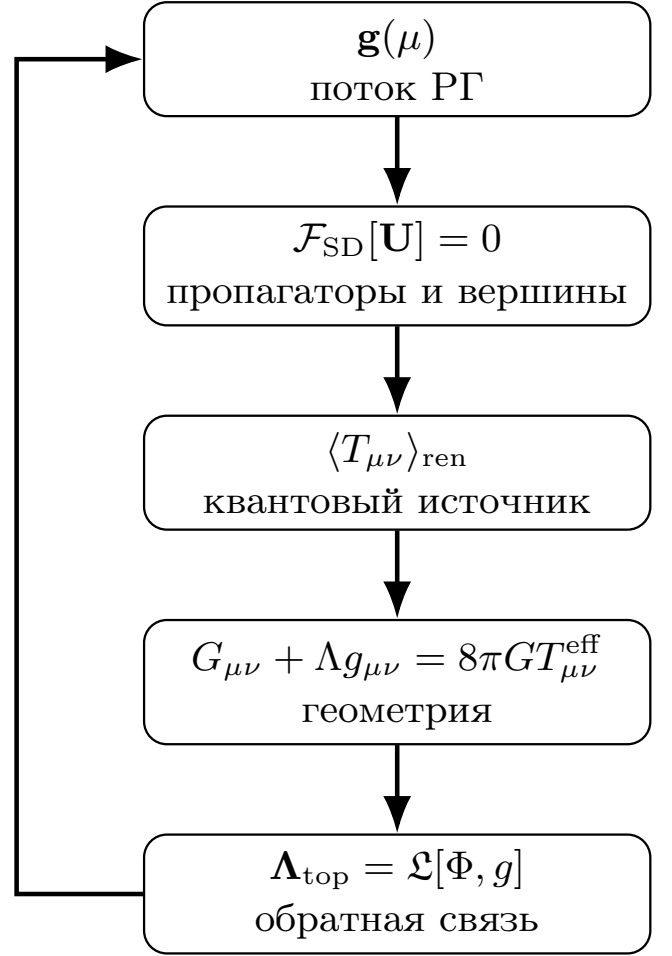


Figure 29: Циклическая структура расширенной модели. Внешняя стрелка замыкает геометрический источник через топологический функционал.

Приложение M. Перспектива численного решения

Хотя текущая работа сознательно не вводит экспериментальных данных, её математическая структура допускает вычислительную проверку. Естественная последовательность состоит из четырёх стадий. Сначала выбирается конечная решётка или базис функций и регуляризуется система Швингера–Дайсона. Затем решаются двухточечные функции при фиксированной геометрии. После этого рассчитывается эффективный стресс-энергетический тензор и решается обратная геометрическая задача. На последнем шаге вычисляется спектр полного Якобиана.

На каждой стадии должны контролироваться четыре невязки:

$$\epsilon_{\text{SD}} = \|\mathcal{F}_{\text{SD}}[\mathbf{U}]\|, \quad (401)$$

$$\epsilon_{\text{ST}} = \|\mathcal{S}(\Gamma)\|, \quad (402)$$

$$\epsilon_{\text{cov}} = \|\nabla^\mu T_{\mu\nu}\|, \quad (403)$$

$$\epsilon_{\text{geom}} = \|G_{\mu\nu} - 8\pi G T_{\mu\nu}^{\text{eff}}\|. \quad (404)$$

Предел сходимости должен удовлетворять одновременному уменьшению всех четырёх величин. Если уменьшается только ϵ_{SD} , но растёт ϵ_{ST} , усечение неприемлемо.

Приложение N. Итоговый математический паспорт расширенной модели

Приложение O. Что не следует объявлять доказанным

Для сохранения научной строгости отдельно фиксируются отрицательные результаты текущего этапа. Не доказано существование физического решения полной системы.

Не доказана нетривиальность топологического класса S_{top} . Не доказано, что стандартная Стандартная модель сама генерирует отрицательную энергию нужной величины. Не доказано, что критерий ВКМ совпадает с квантово-полевой критической поверхностью. Не доказана устойчивость проходимой горловины относительно всех квантовых возмущений.

Таким образом, слово “открытие” в названии будущей версии должно относиться к предложенному математическому механизму и проверяемой гипотезе, а не к экспериментально установленному новому состоянию материи. Это различие принципиально для корректной научной коммуникации и для последующего рецензирования.

Table 6: Расширенный паспорт теоретической конструкции.

№	Сектор	Центральный объект
1–4	Геометрия и эффективный источник	$\Lambda_{\text{top}}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \rho_{\text{exo}}$
5–8	Гравитация и спектр	$G_{\mu\nu}, \text{BKM}, \mathbf{M}, \text{Spec } \mathbf{M}$
9–12	Квантовое и космологическое расширение	$\phi, V_{\text{eff}}, H, \langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}$
13	Стандартная модель	$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
14	Функциональный интеграл	Z, W, Γ
15	Швингер–Дайсон	$G^{-1} = G_0^{-1} - \Sigma$
16	Вершины	$\Gamma^{(3)}, \Gamma^{(4)}$
17	BRST/Slavnov–Taylor	$\mathcal{S}(\Gamma) = 0$
18	RG	$\mu d\mathbf{g}/d\mu = \beta$
19	Квантовая обратная связь	$\mathbf{Q}_{\text{SD}}$
20	Полная замкнутая матрица	$\mathbf{M}_* = \Lambda_{\text{top}} \mathbf{X} \mathbf{Y}^T \mathbf{Q}_{\text{SD}} \mathbf{C} \mathbf{R}_{\text{RG}}$
21	Критическая поверхность	$\det \mathcal{J}_{\text{SD}} = 0$
22	Геометрическая допустимость	$b(r_0) = r_0, b'(r_0) < 1$
23	Квантовая допустимость	QEI и перенормированный $T_{\mu\nu}$
24	Итоговая ветвь	$\mathcal{S}_{\text{phys}} \neq \emptyset$

Приложение Р. Явная структура усечённых ядер Швингера–Дайсона

Для численного решения необходимо заменить бесконечную иерархию конечным набором ядер. В простейшем непрерывном представлении вводим скалярный, фермионный и калибровочный пропагаторы:

$$G^{-1}(p) = p^2 - m_0^2 - \Pi_H(p), \quad (405)$$

$$S^{-1}(p) = A(p^2)\gamma^\mu p_\mu - B(p^2), \quad (406)$$

$$D_{\mu\nu}^{-1}(p) = P_{\mu\nu}^T D_T^{-1}(p) + \xi^{-1} P_{\mu\nu}^L p^2. \quad (407)$$

Здесь P^T и P^L — поперечный и продольный проекторы. Усечение первого порядка означает, что трёхточечные вершины берутся в виде

$$\Gamma_\mu^a = Z_1 g T^a \gamma_\mu, \quad (408)$$

но одновременно контролируется условие

$$\Delta_{ST} = \|S(\Gamma)\|. \quad (409)$$

Если Δ_{ST} не стремится к нулю при уточнении сетки, такое усечение исключается.

Для следующего уровня вводится поправка

$$\Gamma_\mu^a = Z_1 g T^a \gamma_\mu + \sum_n c_n \mathcal{T}_{\mu,n}^a(p, k), \quad (410)$$

где $\mathcal{T}_{\mu,n}^a$ образуют конечный базис ковариантных структур. Тогда система становится нелинейной относительно коэффициентов c_n . Новая топологическая зависимость может быть представлена как

$$c_n = c_n^{(0)} + \mathbf{\Lambda}_{\text{top}} c_n^{(1)} + O(\mathbf{\Lambda}_{\text{top}}^2). \quad (411)$$

Это разложение позволяет отдельно измерять линейную восприимчивость квантовой теории к геометрическому сектору.

Приложение Q. Однопетлевая структура Стандартной модели на фоне кривизны

Для фонового поля Хиггса φ эффективный потенциал имеет общую структуру

$$V_{\text{eff}}(\varphi, R) = V_0(\varphi) + V_1(\varphi, R) + V_{\text{ct}}(\varphi, R). \quad (412)$$

Однопетлевой вклад может быть записан через спектр матрицы масс:

$$V_1 = \frac{\hbar}{64\pi^2} \text{STr} \left[\mathcal{M}^4(\varphi, R) \left(\ln \frac{\mathcal{M}^2(\varphi, R)}{\mu^2} - C \right) \right]. \quad (413)$$

В матрицу входят массы калибровочных бозонов, фермионов и скалярных мод. В искривлённом пространстве появляются дополнительные сдвиги, пропорциональные R . Поэтому

$$\mathcal{M}^2 = \mathcal{M}_{\text{SM}}^2 + \Delta\mathcal{M}_R^2 + \Delta\mathcal{M}_{\text{top}}^2. \quad (414)$$

Требование физической независимости от масштаба задаёт уравнение

$$\left(\mu \partial_\mu + \beta_i \partial_{g_i} - \gamma_\varphi \varphi \partial_\varphi \right) V_{\text{eff}} = 0. \quad (415)$$

Таким образом, квантовый вклад не может быть выбран независимо от RG-потока.

Приложение R. Кривизностные коэффициенты и полуклассическая граница

При использовании heat-kernel метода эффективное действие содержит

$$\Gamma_{\text{div}} = \frac{1}{\epsilon} \int d^4x \sqrt{-g} \left[c_0 + c_1 R + c_2 R^2 + c_3 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + c_4 F^2 + \dots \right]. \quad (416)$$

После перенормировки коэффициенты становятся функциями масштаба. Вариация по метрике даёт

$$T_{\mu\nu}^{\text{curv}} = \alpha_R H_{\mu\nu}^{(1)} + \beta_R H_{\mu\nu}^{(2)} + \gamma_R H_{\mu\nu}^{(3)}. \quad (417)$$

Это означает, что даже если классический источник не нарушает NEC, квантовые кривизностные члены могут изменить комбинацию $\rho + p_r$. Однако знак такого изменения зависит от коэффициентов и состояния поля и не может быть установлен только структурным анализом.

Приложение S. Спектральная чувствительность и псевдоспектр

Пусть $\mathcal{A}(\epsilon) = \mathcal{A}_0 + \epsilon \mathcal{B}$. Для простого собственного значения

$$\lambda(\epsilon) = \lambda_0 + \epsilon \frac{l^\dagger \mathcal{B} r}{l^\dagger r} + O(\epsilon^2). \quad (418)$$

Если $l^\dagger r$ мало, собственное значение становится чувствительным к малым возмущениям. Это типично для ненормальных операторов. Поэтому условие

$$\Re \lambda_{\max} < 0 \quad (419)$$

не гарантирует малое кратковременное усиление. Необходимо дополнительно контролировать

$$G(t) = \|e^{t\mathcal{A}}\|. \quad (420)$$

Кандидат на устойчивую физическую ветвь должен иметь ограниченное усиление на временных масштабах, относящихся к горловине и квантовым корреляциям.

Приложение Т. Сведение геометрических условий к тензорному источнику

В ортонормированном базисе

$$T_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = \text{diag}(\rho, p_r, p_t, p_t). \quad (421)$$

Радиальный нулевой вектор можно выбрать как $k^{\hat{\mu}} = (1, 1, 0, 0)$. Тогда

$$T_{\hat{\mu}\hat{\nu}} k^{\hat{\mu}} k^{\hat{\nu}} = \rho + p_r. \quad (422)$$

Следовательно, геометрически необходимое нарушение NEC определяется не просто условием $\rho < 0$, а комбинацией радиального давления и плотности. Это уточнение распространяется и на квантовый источник:

$$\rho_{\text{eff}} + p_{r,\text{eff}} = \rho_{\text{SM}} + p_{r,\text{SM}} + \rho_{\text{ren}} + p_{r,\text{ren}} + \rho_{\text{top}} + p_{r,\text{top}}. \quad (423)$$

Приложение U. Функциональная интерпретация полного замыкания

Пусть

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_{\text{geom}} \circ \mathcal{T}_{\text{QFT}} \circ \mathcal{T}_{\text{SD}} \circ \mathcal{T}_{\text{RG}}. \quad (424)$$

Самосогласованное решение удовлетворяет

$$z_* = \mathcal{T}[z_*]. \quad (425)$$

Если отображение является сжимающим,

$$\|\mathcal{T}[z_1] - \mathcal{T}[z_2]\| \leq q \|z_1 - z_2\|, \quad q < 1, \quad (426)$$

то существует единственная неподвижная точка в рассматриваемой области. Для физической задачи это лишь достаточное условие; отсутствие сжатия не означает отсутствия решения.

Линеаризация

$$D\mathcal{T}|_* = D\mathcal{T}_{\text{geom}} D\mathcal{T}_{\text{QFT}} D\mathcal{T}_{\text{SD}} D\mathcal{T}_{\text{RG}} \quad (427)$$

показывает происхождение произведения матриц, лежащего в основе расширенного формализма.

Приложение V. Псевдокод теоретического расчёта

Алгоритм будущей проверки может быть сформулирован следующим образом:

1. выбрать регуляризацию и калибровку;
2. задать $g_{\mu\nu}$ и начальное значение Λ_{top} ;
3. решить усечённые уравнения Швингера–Дайсона;
4. вычислить Γ_{gen} ;
5. проверить $\mathcal{S}(\Gamma) = 0$;
6. получить $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{gen}}$ вариацией;
7. решить уравнения Эйнштейна;
8. проверить $b(r_0) = r_0$ и $b'(r_0) < 1$;
9. вычислить QEI-функционал;
10. собрать $\mathcal{A}_*$ и определить спектр и псевдоспектр;
11. изменить сетку, усечение и масштаб μ ;
12. принять решение только при устойчивом совпадении всех диагностик.

Приложение W. Набор независимых теоретических диагностик

Для каждого решения вводится вектор качества

$$\mathbf{E} = (\epsilon_{SD}, \epsilon_{ST}, \epsilon_{cov}, \epsilon_{geom}, \epsilon_{RG}, \epsilon_{QEI}, \epsilon_{spec}). \quad (428)$$

Нормальным считается только режим, в котором компоненты $\mathbf{E}$ одновременно уменьшаются при увеличении разрешения и порядка усечения. Такой критерий важнее визуального совпадения отдельных графиков.

Приложение X. Итоговая формула полной системы

В компактном обозначении всю конструкцию можно записать как

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{F}_{\text{full}}[z] &= 0, \\ z &= (g, \mathbf{A}_{\text{top}}, \Phi, H, \Phi_{\text{SM}}, G, W, B, \psi, c, \bar{c}), \\ \mathcal{F}_{\text{full}} &= \mathcal{F}_{\text{SD}} + \mathcal{F}_{\text{ST}} + \mathcal{F}_{\text{RG}} + \mathcal{F}_{\text{Ein}} + \mathcal{F}_{\text{top}}, \\ \mathbf{M}_* &= \mathbf{A}_{\text{top}*} \mathbf{X}_* \mathbf{Y}_*^T \mathbf{Q}_{\text{SD}} \mathbf{C}_* \mathbf{R}_{\text{RG}}.\end{aligned}} \quad (429)$$

Критическая ветвь определяется совместно условиями

$$\det \mathcal{J}_{\text{SD}} = 0, \quad \det(\mathcal{A}_* - \lambda I) = 0, \quad b'(r_0) < 1, \quad (430)$$

при выполнении ковариантности, BRST-инвариантности и квантовых энергетических ограничений.

References

- [1] M. S. Morris, K. S. Thorne, U. Yurtsever, Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, *Physical Review Letters* 61, 1446–1449 (1988). DOI: [10.1103/PhysRevLett.61.1446](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.1446).
- [2] J. T. Beale, T. Kato, A. Majda, Remarks on the breakdown of smooth solutions for the 3-D Euler equations, *Communications in Mathematical Physics* 94, 61–66 (1984). DOI: [10.1007/BF01212349](https://doi.org/10.1007/BF01212349).
- [3] S. Coleman, E. Weinberg, Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking, *Physical Review D* 7, 1888–1910 (1973). DOI: [10.1103/PhysRevD.7.1888](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.7.1888).
- [4] B. S. DeWitt, Quantum Theory of Gravity. I. The Canonical Theory, *Physical Review* 160, 1113–1148 (1967). DOI: [10.1103/PhysRev.160.1113](https://doi.org/10.1103/PhysRev.160.1113).
- [5] B. S. DeWitt, Quantum Theory of Gravity. II. The Manifestly Covariant Theory, *Physical Review* 162, 1195–1239 (1967). DOI: [10.1103/PhysRev.162.1195](https://doi.org/10.1103/PhysRev.162.1195).
- [6] E.-A. Kontou, Wormhole restrictions from quantum energy inequalities, *arXiv:2405.05963 [gr-qc]* (2024).
- [7] R. Radhakrishnan, P. Brown, J. Mutulevich, E. Davis, D. Mirfendereski, G. Cleaver, A Review of Stable, Traversable Wormholes in $f(R)$ Gravity Theories, *arXiv:2405.05476 [gr-qc]* (2024).
- [8] M. B. Cruz, R. M. P. Neves, C. R. Muniz, Traversable Wormholes from Loop Quantum Gravity, *arXiv:2401.08885 [gr-qc]* (2024).
- [9] M. Lu, J. Yang, R. B. Mann, Gravitational Wormholes, *arXiv:2406.07734 [gr-qc]* (2024).
- [10] J. Mandrysch, Numerical results on quantum energy inequalities in integrable models at the two-particle level, *Physical Review D* 109, 085022 (2024).
- [11] B. Kain, Dynamical evolution and stability of quantum corrected Schwarzschild black holes in semiclassical gravity, *Physical Review D* 111, 124057 (2025), *arXiv:2507.00109 [gr-qc]*.
- [12] P. Dorau, A. Much, Local Expansion Mechanisms for Quantum-Scale Wormholes, *arXiv:2509.10137 [gr-qc]* (2025).
- [13] M. R. Mehdizadeh, A. H. Ziaie, F. S. N. Lobo, Trace anomaly contributions to semiclassical wormhole geometries, *Physical Review D* 113, 064008 (2026), *arXiv:2509.04049 [gr-qc]*.
- [14] H. Mehulić, T. Prokopec, Quantum backreaction and stability of topological wormholes, *Physical Review D*, accepted (2026), *arXiv:2603.11724 [gr-qc]*.
- [15] A. M. Frassino, R. A. Hennigar, J. F. Pedraza, A. Svesko, Quantum inequalities for quantum black holes, *Physical Review Letters* 133, 181501 (2024), *arXiv:2406.17860 [gr-qc]*.
- [16] J. Schwinger, On the Green's Functions of Quantized Fields, *Proceedings of the National Academy of Sciences* textbf37, 452–455 (1951).
- [17] F. J. Dyson, The S Matrix in Quantum Electrodynamics, *Physical Review* textbf75, 1736–1755 (1949).
- [18] F. J. Dyson, Divergence of Perturbation Theory in Quantum Electrodynamics, *Physical Review* textbf85, 631–632 (1952).
- [19] J. C. Ward, An Identity in Quantum Electrodynamics, *Physical Review* textbf78, 182 (1950).
- [20] Y. Takahashi, On the Generalized Ward Identity, *Nuovo Cimento* textbf6, 371–375 (1957).
- [21] J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Oxford University Press, Oxford (2002).
- [22] J. M. Cornwall, R. Jackiw, and E. Tomboulis, Effective Action for Composite Operators, *Physical Review D* textbf10, 2428–2445 (1974).
- [23] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison–Wesley, Reading (1995).
- [24] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press, Cambridge (1995–2000).
- [25] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge University Press, Cambridge (1982).